УДК 519.6

УДК 539.319

Программное построение неструктурированной сетки и расчет напряжений

Е.М. Хватов[1]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Одной из актульных задач, связанных с разработкой и эксплуатацией нефтяных и газовых месторождений, является расчет устойчивости ствола скважины. Этот вопрос особо остро стоит в случаях бурения горизонтальных скважин, а также в условиях сложных анизотропных сред. При математическом моделировании таких объектов возникает необходимость проведения расчетов с использованием неструктурированных расчетных сеток.

Данная работа посвящена построению неструктурированной двумерной треугольной сетки и разработке нелинейной схемы для расчета напряжений в упругой среде. В качестве метода построения выбран алгоритм продвигаемого фронта [1]. Данный алгоритм позволяет строить конформные треугольные сетки для произвольных многосвязных многоугольных областей, заданных дискретными границами. После того, как сетка построена, ее свойства улучшаются путем псевдоминимизации функционала:

$$F(\nu_i) = \sum_T F_T(\nu_i),$$

$$F_T(\nu_i) = q^{-n},$$

$$q = C\frac{h(S)}{a^2 + b^2 + c^2},$$

$$h(S) = \frac{1}{2}(S + \sqrt{S^2 + 4\delta^2}).$$

v_i – внутренние узлы сетки, F_T – функция треугольника, зависящая от его качества q; a, b, c – длины сторон треугольника; S – его площадь; C, n, δ – параметры.

На построенной сетке решаются уравнения движения упругой среды. Для расчета напряжений выбрана следующая система [2]:

$$\sum \frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_i} + F_j + F_{damp}\left(\frac{\partial u_j}{\partial t}\right) = \rho g \frac{\partial^2 u_j}{\partial t^2}, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} = \frac{1}{A}\oint n_j \dot{u}_i dS, \qquad (2)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial \dot{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \dot{u}_j}{\partial x_i}\right), \qquad (3)$$

$$\sigma_{ij}(t+dt) = \sigma_{ij}(t) + dt * \left(\lambda \sum_k \delta_{ij}\dot{\varepsilon}_{kk} + 2\mu\dot{\varepsilon}_{ij}\right), \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \sigma_{ij}}{\partial x_j} = \frac{1}{A}\oint n_j \sigma_{ij} dS. \qquad (5)$$

σ – тензор напряжений, F – внешние силы, F_{damp} – вязкие демпфирующие силы, u – вектор смещения, ε – тензор деформации, n – вектор нормали к грани ячейки, ρ, g, λ, μ – параметры среды.

Уравнение движения (1) считается в узлах сетки, деформации (3) и напряжения (4) рассчитываются в ячейках; теоремы о градиенте (2) и дивергенции (5) связывают все параметры. Получена качественная картина напряжений в прямоугольной области с фиксированными вертикальными и нижней границами. Считаетсясь, что упругая среда должна находиться в положении равновесия.

Литература

1. *Данилов А.А.* Технология построения неструктурированных сеток и монотонная дискретизация уравнения диффузии: дис. ... канд. ф.-м. наук. Ин-т вычисл. математики РАН, М., 2010.
2. *Коптев А.И.* Напряженное состояние литосферы Земли по результатам моделирования: дис. ... канд. геол.-мин. наук. МГУ, М., 2011.