

О разделяющей избыточности линейных кодов

Г.А. Кабатянский¹, С.А. Круглик^{1,2,3}¹Институт проблем передачи информации им. А.А.Харкевича РАН²Московский физико-технический институт (государственный университет)³Сколковский институт науки и технологий

Линейные блочные коды широко применяются в современных телекоммуникационных системах для корректировки стираний и ошибок, возникающих в следствии наличия шума в канале. К сожалению, современные методы теории кодирования предлагают нам алгоритмы, способные лишь корректировать (или же детектировать) ошибки, забывая при этом про возможные стирания [1]. Известны отдельные модификации декодеров, дающие им возможность исправлять и стирания, но основаны они на особенностях некоторых классов кодов (прежде всего коды БЧХ и Рида-Соломона) и не подходят для кодов произвольной структуры [2].

Для практического исправления как ошибок, так и стираний в кодах произвольной структуры может быть использован оригинальный подход, предложенный Вэбэром и Абдель-Гафаром в 2008 году, и заключающейся в добавлении дополнительных элементов к проверочной матрице линейного кода [3]. В результате после приема кодового слова со стираниями и удаления из расширенной проверочной матрицы определенных элементов, определяемых локализацией стираний, получается проверочная матрица кода с выкалывания на месте стираний, дающая нам возможность исправить ошибки в остальных (не стертых) символах принятого слова. Дальнейшее применение проверочной матрицы исходного кода дает нам возможность исправить стирания и получить переданное слово. Такая “модифицированная” проверочная матрица, дающая возможность исправлять до l стираний называется l -разделяющей проверочной матрицей.

В данной постановке задачи важным является число строк l -разделяющей проверочной матрице, которое имеет непосредственное влияние на вычислительную сложность алгоритмов декодирования. Обозначим через $r_l(n, d)$ минимальное число строк в l -разделяющей проверочной матрице кода, длины n с кодовым расстоянием d . Поиск границ для $r_l(n, d)$ и построение соответствующих проверочных матриц ведется в работах [4,5,6].

В работе представлены новые верхние и нижние границы для величины $r_l(n, d)$ при небольших l , полученные путем трансформации задачи минимизации $r_l(n, d)$ в задачу об аннулирующих множествах и применения понятия блокирующих множеств к ее решению.

Работа С.А. Круглика выполнена при финансовой поддержке Фонда Саймонса и РФФИ (проект 13-07-00978). Работа Г.А. Кабатянского выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 13-07-00978, 13-01-12458, 14-01-93108).

Литература

1. *MacWilliams F.J. and Sloane N.J.A.* The theory of Error-correcting codes. – Amsterdam, the Netherlands: North-Holland, 1981. – 772 p.
2. *Vanstone S.A. and Van Oorschot P.C.* An Introduction to Error Correcting Codes with Applications. – Norwell, MA: Kluwer, 1989. – 292 p.
3. *Abdel-Ghaffar K.A.S. and J.H.Weber* Separating erasures from errors for decoding // Proc. IEEE Int. Sump. on Inf. Theory (ISIT) – 2008. – pp. 215-219.
4. *Abdel-Ghaffar K.A.S. and J.H.Weber* New upper bounds on the separating redundancy of linear block codes // Proc. Thirtieth Symp. on Information Theory in the Benelux – 2009. – pp. 209-216.
5. *Abdel-Ghaffar K.A.S. and J.H.Weber* Separating redundancy of linear MDS codes // Proc. IEEE Int. Sump. on Inf. Theory (ISIT) – 2013. – pp. 1894-1898.
6. *Liu H. [et al.]*. On the Separating Redundancy of Extended Hamming Codes // Proc. IEEE Int. Sump. on Inf. Theory (ISIT) – 2015. – pp. 2406-2410.