

Численное исследование взаимодействий множественных сферических ударных волн друг с другом и плоскостью

И.В.Мурашкин<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Институт автоматизации и проектирования РАН

Задачи теории точечного взрыва в последнее время опять привлекли внимание специалистов соответствующего направления в газовой динамике в связи с возможным вторжением в атмосферу Земли малых тел космического происхождения и их взрывов в ней. Реальность такой ситуации подтвердилась недавним падением Челябинского метеорита и последующем взрывом в атмосфере его фрагментов [1].

Численно исследуется задача о четырех точечных взрывах в неоднородной атмосфере. Задача модельная – газ считается идеальным, атмосфера – экспоненциальной, центры взрывов, с одинаковой начальной энергией  $E = 15\text{кТ}$ , расположены в вершинах квадрата со стороной  $L = 640\text{м}$  на высотах  $H = 320\text{м}$  и  $1280\text{м}$  (варианты 1 и 2) над подстилающей поверхностью.

За исходную выбирается система трехмерных эволюционных уравнений Эйлера для идеального газа в декартовых координатах  $(x, y, z)$ . Уравнение неразрывности заменяется на уравнения для натурального логарифма давления. В безразмерных переменных система имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{V}}{dt} &= -\frac{T}{\gamma M^2} \vec{\nabla} p^* + \vec{E}, \\ \frac{dT}{dt} &= -(\gamma - 1)T \operatorname{div} \vec{V}, \\ \frac{dp^*}{dt} &= -\gamma \operatorname{div} \vec{V}, \end{aligned} \tag{1}$$

где  $p^* = \ln p$ ,  $\vec{E} = (0, 0, -1)$ ,  $\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla})$ ,  $\operatorname{div} \vec{V} = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$ .

Задача трехпараметрическая, зависящая от двух безразмерных параметров:  $\gamma$  – показателя адиабаты,  $M = (Lgm/\gamma RT)^{1/2}$  – числа Маха, и от размерного  $\Delta$  – высоты однородной атмосферы. Задача решается в кубической области.

Граничные условия следующие: на подстилающей поверхности – условия прилипания, непротекания и теплоизоляции  $u = v = w = 0$ ,  $\partial T / \partial z = 0$ ;  $p^*(x, y, 0, t)$  находится из третьего уравнения системы (1). На боковых и верхних гранях куба, которые достаточно

далеко удалены от фронтов УВ, касательные компоненты скорости равны 0, а для нормальной компоненты – производная по нормали равна 0, давление –  $p = p_0 \exp(-z/\Delta)$ , температура  $T = T_0$ .

В качестве начальных условий для каждого взрыва выбирается решение двумерной задачи с учетом гравитации и противодействия для одиночного взрыва в экспоненциальной атмосфере с учетом противодействия до момента времени  $t \approx 0.18$ с, когда радиус его фронта достигает величины  $R_0 = 300$ м, а перепад давления на нем  $P_\phi / P_a \approx 10$  (начальными условиями для этой задачи бралось решение задачи о сильном взрыве Л.И.Седова). Далее отсчет ведется от этого момента времени, принимаемого за  $t_0 = 0.0$ с.

Система дифференциальных уравнений аппроксимируется разностными уравнениями с помощью явной двухшаговой разностной схемы – трехмерного аналога схемы Лакса-Вендроффа [4]. Для трехмерной задачи на первом шаге по 27 узлам на нижнем временном слое ( $n$ ) определяются значения всех искомых функций в 8 полуцелых узлах по пространству на промежуточном слое ( $n+1/2$ ) посредством пространственного аналога схемы Лакса. На втором шаге по этим узлам и 1 узлу на нижнем временном слое с помощью пространственного аналога схемы «крест» определяются искомые функции на верхнем временном слое ( $n+1$ ). Далее, для всех газодинамических функций по всем трем координатным направлениям ( $x, y, z$ ) применяется градиентное сглаживание специального вида, которое сводит выбранную схему к схеме типа TVD, обладающую свойством монотонности и позволяющую хорошо рассчитывать сквозным способом УВ достаточно большой интенсивности и их взаимодействия [5]. Так градиентное сглаживание по направлению  $x$  имеет вид:

$$\bar{f}_{i,j,k}^{n+1} = f_{i,j,k}^{n+1} + (\varphi_{i+1/2,j,k} - \varphi_{i-1/2,j,k}), \text{ где}$$

$$\varphi_{i+1/2,j,k} = \begin{cases} \alpha \Delta_{i+1/2} f_{i,j,k}^{n+1} = \alpha (f_{i+1,j,k}^{n+1} - f_{i-1,j,k}^{n+1}), \text{ если} \\ \left( \Delta_{i+1/2}^{n+1} \cdot \Delta_{i+3/2}^{n+1} \right) < 0 \text{ или } \left( \Delta_{i+1/2}^{n+1} \cdot \Delta_{i-1/2}^{n+1} \right) < 0 \\ 0, \text{ в противном случае} \end{cases} \quad (2)$$

$$f = \{u, v, w, T, p^*\}.$$

Тестирование алгоритма и программы (в том числе на отсутствие ошибок) проводилось на задаче о прямом отражении плоской УВ от абсолютно твердой стенки, имеющей точное аналитическое решение, найденное С.В.Измайловым [6]:

$$p_2 = p_1 \frac{(3\gamma - 1)p_1 - (\gamma - 1)p_0}{(\gamma - 1)p_1 + (\gamma + 1)p_0}, \quad (3)$$

здесь  $p_2$  – давление в отраженной от стенки УВ,  $p_1$  – давление в набегающей УВ,  $p_0$  – давление в невозмущенном газе (соответственно из соотношений Ренкина-Гюгонио на УВ определялись значения для  $u_2$  и  $T_2$ ).

На начальном этапе численного эксперимента был рассчитан одиночный взрыв мощность  $E = 60\text{кТ}$  с точкой взрыва, совпадающей с центром куба. Это было сделано, чтобы стало понятно, какие ударно-волновые и вихревые структуры будут взаимодействовать между собой при множественных взрывах. На рис.1. представлена пространственная картина поверхностей равного давления и двух вертикальных плоскостей сечения с нанесенными на них линиями тока для моментов времени  $t = 0.8c$ .

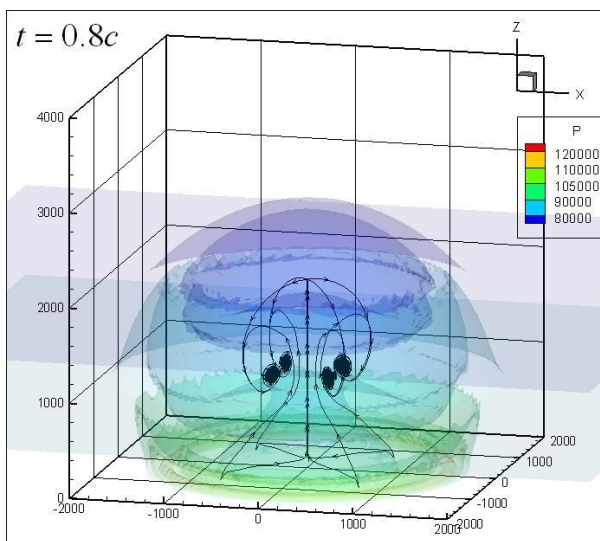


Рис.1.

Ясно, что при бесконечном количестве таких вертикальных плоскостей сечения линии тока образуют топологическую вихревую структуру в виде тора с особыми точками типа фокусов, составляющих центральную осевую линию этого тора, как это было выявлено авторами ранее [7]. Из расположения поверхностей равного давления на рис.1 видно, что отраженная от подстилающей плоскости УВ к этому моменту времени уже прошла через центральную горячую область взрыва и устремилась вверх вслед за фронтом головной УВ. Кроме того, обнаружился факт, что сформировавшийся вихревой тор является весьма устойчивой структурой, сохраняющейся даже при прохождении через него достаточно интенсивной вторичной УВ (см. рис.1).

Опишем процесс взаимодействия четырех отраженных ударных волн (УВ) при их распространении на подстилающей поверхности  $(x, y, 0)$ . На рис.2а и б представлено распределение давления от времени  $P(t)$  в точке на подстилающей плоскости под центром квадрата для вариантов (1) и (2) соответственно. В моменты времени  $t_1 = 0.6c$  (1) и  $t'_1 = 2.6c$  (2) в них реализуется кумулятивный эффект – в результате фокусировки четырех

сходящихся интенсивных УВ давление скачком увеличивается по сравнению с атмосферным (см. рис.2а и б) более, чем в 21 и 2.7 раз для вариантов 1 и 2 соответственно, а при  $t_2 = 2.2\text{c}$  (1) и  $t'_2 = 5.1\text{c}$  (2) также происходит кумуляции вторичных УВ с сильным возрастанием давления (см. рис.2а и б).

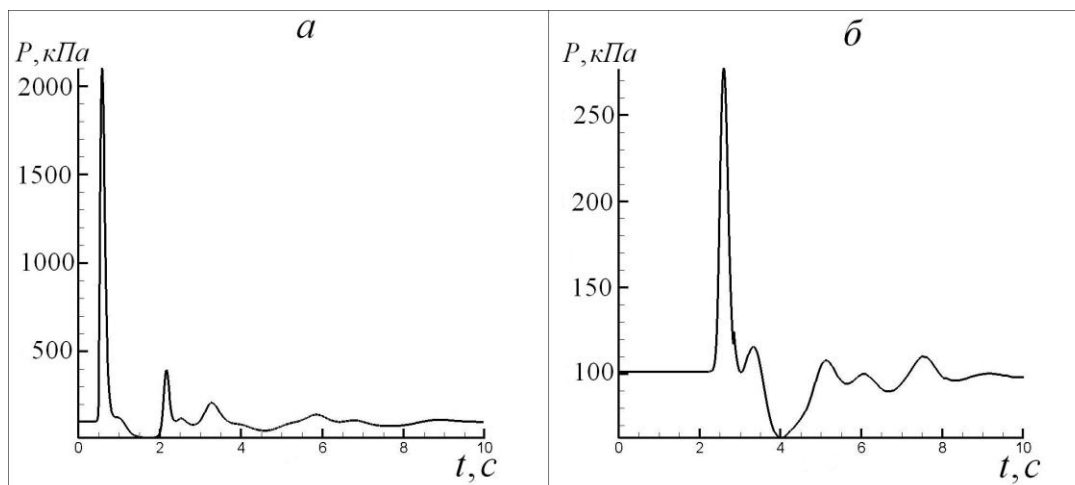


Рис. 2.

На регулярной стадии лобового соударения двух взрывных круговых УВ на плоскости  $(x, y, 0)$  образуются пары исходящих УВ и тангенциальных разрывов для каждой пары взрывов [2]. Далее реализуется нерегулярная стадия отражения с образованием маховских конфигураций с двумя тройными точками (для каждой пары взрывов), когда каждая проходящая УВ распадается на две исходящие УВ и тангенциальный разрыв [2].

Развитие ударно-волнового процесса хорошо прослеживается по поведению распределения скорости, давления и температуры по прямой, проходящей через центры двух отдельных взрывов расположенных по диагонали. В начале взаимодействие происходит в относительно плотном газе в зоне с относительно невысокой температурой; в результате образуются две УВ, движущиеся в противоположных направлениях. Затем УВ взаимодействуют с границами резкого изменения плотности при входе в горячие центральные области отраженных взрывов. При этом происходит их распад на УВ, которые продолжают двигаться в прежнем направлении и волны разряжения, устремляющиеся к зоне их начального контакта. Как только фронты попадают в разреженный газ, скорости их распространения существенно возрастают, интенсивности падают, а сами скачки сильно размываются. При выходе скачков давления из области разреженного газа они взаимодействуют с границами резкого возрастания плотности, распавшись на пары УВ, идущих в противоположных направлениях: одни устремляются назад в горячие зоны, другие – вслед за головными фронтами [2, 3]. Скачки давления, проходящие через горячие центральные зоны опять взаимодействуют с границей резкого возрастания плотности и

распадаются на две УВ, одни из которых продвигаются к точкам, расположенным между центрами отдельных взрывов, где газ в этот момент сильно разрежен, другие возвращаются в горячие центральные области.

Показательны картины распределения изобар в плоскости  $(x, y, 320\text{м})$  и нанесенные на них же линии тока (рис.3а и б) для моментов времени  $t = 0.3\text{с}$  и  $t = 0.8\text{с}$  соответственно. При  $t = 0.3\text{с}$  видны пять участков маховских конфигураций – четыре в зонах взаимодействия на периферии головных УВ, пятый в окрестности точки центра взрывов – около точки реализации кумуляции (рис.3а). К этому моменту времени  $t = 0.8\text{с}$  картина распределения изобар принимает довольно сложный вид, демонстрируя чередование зон повышенного давления очертаниями первичных и нескольких вторичных фронтов УВ и областей резко пониженного (ниже внешнего атмосферного давления). К этому же моменту времени внутри сечения плоскостью  $(x, y, 320\text{м})$  области газа, охваченного фронтами внешней и внутренней УВ, видны сформировавшиеся в количестве 8 особые точки типа фокусов, являющиеся центрами вихревых движений газа в этой плоскости (рис.3б).

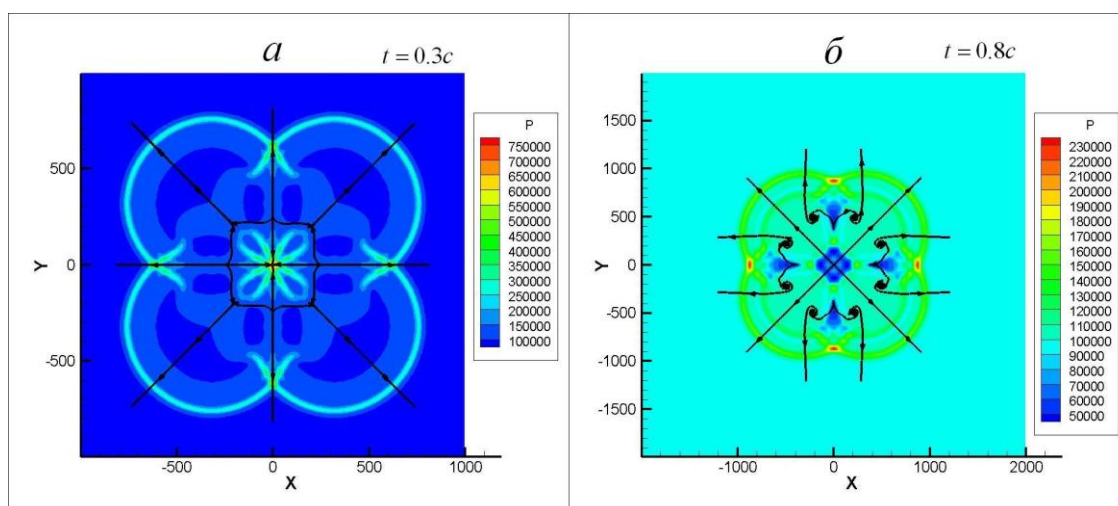


Рис. 3.

Получена подробная информация о ударно-волновых взаимодействиях, сопровождаемых дифракцией, интерференцией и кумуляцией первичных (головных) и вторичных УВ друг с другом и с подстилающей поверхностью. Ясно, что эти все процессы (кроме кумуляции) будут реализовываться и при произвольном расположении центров взрывов различной мощности и для различных времен начала взрыва, но в данном случае они проявляются в наиболее наглядном виде. Выявлены по картинам распределения мгновенных линий тока на вертикальных плоскостях сечения, проходящих через центры двух соседних взрывов, сложные вихревые структуры. Интересно, что они во многом схожи с соответствующими картинками вертикальных сечений для одиночного взрыва [7] – здесь также возникают вихревые тороидальные структуры внутри каждого взрыва и, по-видимому,

далее происходит слияние четырех тороидальных структур в единый моновихрь. В некоторый момент времени вихревые торы вступают в контакт, а затем в ходе дальнейшего расширения происходит деформация внутренних сечений этих торов и постепенное разрушение их внутренних фрагментов – аннигиляция, а внешние фрагменты в результате перезамыкания вихревых линий образуют новый вихревой тор, формируя объединенный вихрь большего объема, как это происходило при взаимодействии четырех приземных термик [8]. То есть происходит не только формирование единой общей головной УВ, но и единой внутренней вихревой структуры. Этот процесс более подробно следует изучить в дальнейшем, а также более тщательно следует исследовать особые точки решения.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №15-01-07444.

#### Литература

1. *Емельяненко В.В., Попова О.П., Чугай Н.Н.* и др. *Астрономические и другие аспекты челябинского события 15 февраля 2013г.* // *Астроном. вестн.* 2013. Т.47. №4. С.1-16.
2. *Андрущенко В.А.* Парный взрыв в экспоненциальной атмосфере // *ИФЖ.* 1994. Т.66. №6. С.657-661.
3. *Андрущенко В.А., Мурашкин И.В.* Исследование ударно-волновых процессов на ранней стадии взаимодействия двух взрывов в неоднородной атмосфере // *Естественные и технические науки.* 2013. №6. С.25-27.
4. *Белоцерковский О.М., Андрущенко В.А., Шевелев Ю.Д.* Динамика пространственных вихревых течений в неоднородной атмосфере М.: Янус-К. 2000. 456с.
5. *Жмакин А.И., Фурсенко А.А.* Об одной монотонной разностной схеме сквозного счета // *ЖВММФ.* 1980. Т.20. №4. С.1021-1031.
6. *Беляев А.Ф.* К вопросу о столкновении ударных волн / Сб. статей по теории взрывчатых веществ (Под ред. проф. К.К.Андреева и проф. Ю.Б.Харитона). М.: НКАП СССР. Гос. изд-во оборонной промышленности, 1940. С.159-176.
7. *Andrushchenko V.A., Murashkin I.V., and Shevelev Yu.D.* Numerical Solution of the Problem of Explosion in Planetary Atmospheres in the Lagrangian Variables // *Fluid Dynamics.* 2013. V.48. №3. P.416-423.
8. *Андрущенко В.А., Горбунов А.А., Посконов В.М., Чудов Л.А.* Решение задачи о взаимодействии четырех приземных термиках на многопроцессорном комплексе ЕС 1037- ЕС 2706 // *Матем. моделирование.* 1992. Т.4. №3. С.40-52.

## СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

1. Мурашкин Илья Владимирович, младший научный сотрудник Института автоматизации проектирования РАН