

**Математическая модель термоэлектрического генератора**

М.А.Иванов

Государственный научный центр Российской Федерации

Федеральное государственное унитарное предприятие

«Центральный научно-исследовательский институт химии и механики»

В основе термоэлектрической генерации лежит эффект Зеебека, заключающийся в возникновении термоЭДС при нагреве контакта (спая) двух разнородных металлов или полупроводников (термопары). Напряжение термоЭДС -  $E_{mэдс}$  прямопропорционально коэффициенту Зеебека  $\alpha$  и разнице температур  $\Delta T$  между горячей  $T_h$  и холодной  $T_c$  сторонами (спаями) термоэлектрического модуля [1].

Известно, что расчет термоэлектрических устройств сопровождается трудностями, связанными с зависимостью электрических и тепловых параметров. Однако в настоящее время практически отсутствуют публикации, где более детально описывались бы процессы теплопередачи через узлы термоэлектрического устройства, а также производилась бы оценка теплоты, полученной охладителем [2].

Целью исследований являлась разработка математической модели и метода расчета микро термоэлектрических генераторов (микроТЭГ) на ее основе, которые позволяют на стадии проектирования определить электрические параметры, так и количество теплоты, отдаваемой холодному теплоносителю.

Стандартные тонкие пленки, полученные с помощью технологии микрообработки, накладывают ограничение на проектирование микроТЭГ. Из-за ограниченности толщины материал тонких пленок должен наноситься продольно, что приводит к тепловым потерям и ограниченности эффективной площади использования.

В работе [3] показано, что для минимизации тепловых потерь конструкция микроТЭГ должна быть направлена на максимизацию мощности, а не КПД, как это делается для термоэлектрических холодильников.

Напряжение в цепи, генерируемое термоэлектрическим генератором, пропорционально количеству термопар  $m$ , соответствующего коэффициента Зеебека, используемого термоэлектрического материала  $\alpha$  и разнице температур между холодным и горячим спаями  $\Delta T_G$ :

$$U_0 = m\alpha\Delta T_G \quad (1)$$

Максимальная выходная мощность  $P_0$  достигается при сопротивлении нагрузки  $R_L$ , равном внутреннему сопротивлению генератора  $R_G$ :

$$P_0 = UI = \frac{U_0^2}{4R_G} = \frac{m^2 \alpha^2}{4R_G} \Delta T_G^2 \quad (2)$$

где  $U$  – выходное напряжение под нагрузкой и  $I$  – ток.

В работе [4] показано, что генератор соединен с горячим и холодным источниками через контактные термосопротивления  $K_C$  и  $K_H$  соответственно, как показано на рис.1.

Температура, прошедшая через генератор,  $\Delta T_G$  может быть выражена как:

$$\Delta T_G = \frac{K_G}{K_G + K_C + K_H} \Delta T \quad (3)$$

где  $K_G$  – внутреннее термосопротивление генератора и  $\Delta T$  - разница температур между горячим и холодным источниками

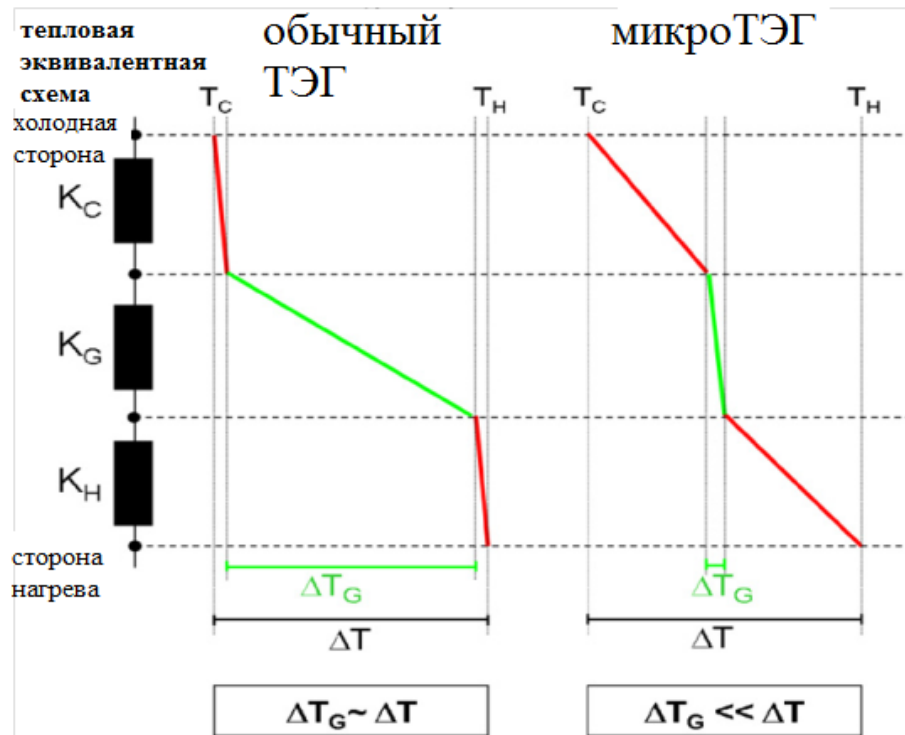


Рис.1. Эквивалентная схема микро ТЭГ и зависимости температур внутри ТЭГ и микроТЭГ.

Рис.1 показывает типичный качественный температурный профиль через ТЭГ с учетом контактных термосопротивлений для двух случаев: для обычных макроскопических ТЭГ и для микроТЭГ. Из уравнения (2) видно, что предпочтительна большая разница температур окружающей среды  $\Delta T$ . Условие выполнимо в контексте обычного ТЭГ, где термосопротивление генератора  $K_G$  велико по сравнению с  $K_C$  и  $K_H$ .

С другой стороны, затруднения производства микроТЭГ обычно связаны с тем, что это тонкое устройство обладает низким значением термосопротивления по сравнению с

сопротивлением контактов ( $K_H$  и  $K_C$ ), даже если они минимальны. Увеличение внешнего сопротивления ТЭГ и минимизация сопротивления контактов является решающим фактором в разработке микроТЭГ.

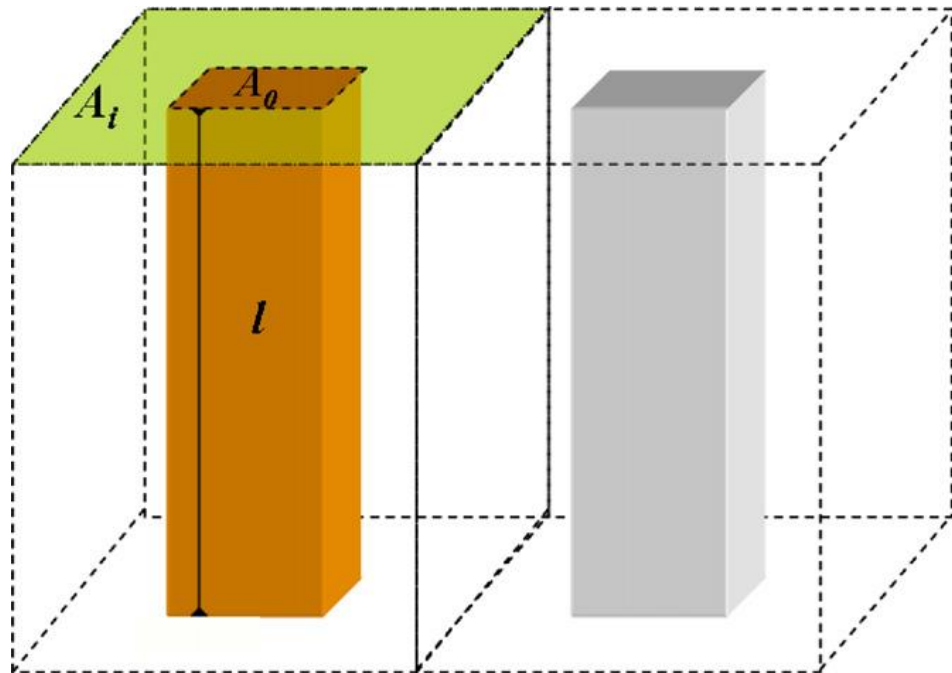


Рис.2. Термопара состоит из двух ветвей, окруженных изолирующим материалом.

Пренебрегая влиянием какого-либо изоляционного материала между отдельными ветвями термопары,  $K_G$  может быть представлена как:

$$K_G = \frac{l}{2m\lambda_m A_0} \quad (4)$$

где, как видно из рис.2,  $l$  – длина ветви термопары,  $\lambda_m$  – коэффициент теплопроводности двух материалов термопар,  $A_0$  - площадь поперечного сечения одной ветви термопары, полагая, что обе ветви однородны и одинаковы по длине и площади сечения.

Контактные термосопротивления могут быть представлены как:

$$K_C = \frac{k_C}{A_G}, \quad K_H = \frac{k_H}{A_G} \quad (5)$$

где  $k_C$  и  $k_H$  - контактные термосопротивления (по отношению к площади) для горячей и холодной сторон и  $A_G$  - площадь поверхности генератора. Подставляя уравнения (4) и (5) в уравнение (3) и заменяя  $A_G$  на  $2m(A_0 + A_i)$  (из рис.2), разница температур через генератор может быть представлена как:

$$\Delta T_G = \frac{l(1 + A_V)}{l(1 + A_V) + \lambda_m(k_C + k_H)} \Delta T \quad (6)$$

где  $A_V = A_i/A_0$  отношение области изолятора к активной области. Внутренне электрическое сопротивление генератора может быть аппроксимировано как

$$R_G = \frac{2m\rho_m l}{A_0} \quad (7)$$

где  $\rho_m$  - электрическое сопротивление термопары. Для сравнения производительности разных ТЭГов, выходная мощность устройства должна быть нормирована по площади поверхности и разнице температур через генератор.

Данное отношение определяется как фактор эффективности  $\Phi$  и является основой упрощенной математической модели микроТЭГ. Отношение для  $\Phi$  из (6), (7) и (2):

$$\Phi = \frac{P_0}{A_G \Delta T^2} = \frac{1}{16} \frac{\alpha^2}{\rho_m} \frac{l(1 + A_V)}{(l(1 + A_V) + \lambda_m(k_C + k_H))^2} \quad (8)$$

Таким образом, можно сказать, что значение мощности на единицу площади зависит от трех наборов параметров. Параметры материала термопары  $\alpha$ ,  $\rho_m$ ,  $\lambda_m$ , параметры конструкции  $l$  и  $A_V$  и тепловые параметры контактов  $k_C$  и  $k_H$ .

Параметры материала и тепловые параметры контактов имеют существенное влияние на производительность генератора, но далее мы будем рассматривать параметры конструкции, которые позволяют достичь максимальной производительности генератора для любого материала термопары и контактов.

Из уравнения (8) следует, что число термопар и площади поперечного сечения ветвей термопар не влияют на генерируемую мощность на единицу площади. Тем не менее, необходимое напряжение для потенциального использования будет определять необходимое количество термопар на единицу площади, так как из уравнения (1) следует, что количество термопар, соединенных последовательно, определяет выходное напряжение.

С увеличением значения параметра  $l$  мощность сперва увеличивается, достигая своих максимальных значений, затем начинает уменьшаться. При малых значениях  $l$  увеличение длины в основном приводит к увеличению отношения  $\frac{\Delta T_G}{\Delta T}$  (из уравнения (6)). Когда коэффициент  $K_G$  достигает диапазона значений  $K_C$  и  $K_H$ , негативное влияние длины ветви термопары на электрическое сопротивление становится более существенным и значение мощности становится обратно пропорционально значениям  $l$ .

Таким образом, длина термопары должна быть выбрана таким образом, чтобы мощность принимала свои максимальные значения. Решая уравнение  $(\partial\Phi/\partial l = 0)$  относительно  $l$  получаем значение оптимальной длины  $l_{opt}$ :

$$l_{opt} = \frac{\lambda_m(k_C + k_H)}{(1 + A_V)} \quad (9)$$

Следовательно, оптимальная длина не зависит от значений коэффициента Зеебека и электрического сопротивления материала термопары.

Для расчета максимальной мощности микроТЭГ, а также зависимости фактора эффективности от длины термопар микроТЭГ, на основании приведенных выше соотношений создана математическая модель, позволяющая получать численные решения для широкого спектра термоэлектрических материалов, применяемых в настоящее время.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Разработана математическая модель и метод расчета вертикальных микроТЭГ. Согласно анализу выходная мощность на единицу площади не зависит от числа термопар и их площади поперечного сечения.

Максимальная выходная мощность микроТЭГ достигается при определенной длине термопары. При этом площадь изоляции вокруг ветвей термопар должна быть сведена к минимуму, поперечные сечения ветвей термопар должны иметь максимальную площадь для получения минимального контактного сопротивления.

## **Литература**

1. *Bitschi A.* Modelling of thermoelectric devices for electric power generation: dissertation submitted to the Swiss Federal Institute of Technology Zurich, 2009. – 144 с.
2. *Михайловский В. Я., Струтинская Л. Т., Чайковская Е. В.* Моделирование термоэлектрической системы генерирования тепловой и электрической энергии // *Технология и конструирование в электронной аппаратуре.* – 2005. – № 4. – С. 27–30.
3. *W. Glatz, S. Muntwyler, C. Hierold.* Optimization and Fabrication of Thick Flexible Polymer Based Micro Thermoelectric Generator // *Sensors and Actuators A-Physical*, vol. 132, pp. 337–345, 2006.
4. *Glatz, W.; Schwyter, E.; Durrer, L.; Hierold, C.* Bi<sub>2</sub>Te<sub>3</sub>-based flexible micro thermoelectric generator with optimized design. // *Microelectromech. Syst.* 2009, 18, 763–772.