

УДК 537

Электростатические и постоянные магнитные поля в среде

П. И. Ивашкин^{1,2}

¹Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт общей физики им. А.М. Прохорова Российской академии наук

²Российский Национальный исследовательский медицинский университет им. Н.И. Пирогова

При изложении учебного материала (УМ) по данному разделу авторы учебников в основном используют силовые характеристики полей - напряженность \mathbf{E} и индукцию \mathbf{B} . При этом часто встречаются заявления, что \mathbf{D} и \mathbf{H} не имеют физического смысла, являются «вспомогательными» векторами и т. д. Для полного описания электрических полей необходимы именно обе величины - и напряженность, и индукция. У каждой из них своя роль, которая, в частности, отражена в уравнениях Максвелла. В учебнике [1] величины \mathbf{E} и \mathbf{B} совершенно правильно названы *силовыми*, а \mathbf{D} и \mathbf{H} – *количественными*. Если вместо *количественные* назвать \mathbf{D} и \mathbf{H} *расчетными* характеристиками, то это название будет отражать смысл предлагаемой логики изложения. Обычно логика изложения в учебниках такова: начинают с «имеющей физический смысл» величины \mathbf{E} . Далее вводится вектор поляризации \mathbf{P} как функция \mathbf{E} . Но величина \mathbf{E} сама зависит от поляризации диэлектрика. В [2] после изложения теоремы Гаусса для \mathbf{E} в среде говорится: «Однако эта формула неприемлема для описания поля \mathbf{E} в диэлектрике, т. к. она выражает свойства неизвестного поля \mathbf{E} через связанные заряды, которые, в свою очередь, определяются им же. Это еще раз доказывает целесообразность введения вектора электрического смещения». «Новый» вектор \mathbf{D} вводится как комбинация \mathbf{P} и \mathbf{E} . Воспринять смысл введенной таким образом величины \mathbf{D} трудно. Достаточно попробовать приложить эти знания к самым простым конфигурациям – плоскому конденсатору или полю в диэлектрике у поверхности заряженного проводника. Уместно привести мнение, изложенное в [3]: «Чтобы охарактеризовать интегральные свойства поля, вводят понятие поток напряженности, ..это не имеет физического смысла, поскольку \mathbf{E} характеризует силу, и интегрирование этой величины допустимо только вдоль линейного пути. Интегрирование по поверхности допустимо только для плотности потока, т. е. отсюда вытекает бессмысленность применения для поля напряженности теоремы Гаусса в интегральной и дифференциальной формах». Кроме того, при использовании напряженности \mathbf{E} возникают известные трудности – линии \mathbf{E} терпят разрыв на границе двух диэлектриков и т. д. Здесь следует сказать, что

соотношение $\oint_S \mathbf{D} ds = q$ справедливо во всех без исключения случаях. Обратимся к мнению специалистов: «при расчете электростатических полей широко используется вектор \mathbf{D} » [4], «нас будет интересовать главным образом использование вектора \mathbf{D} для расчета электростатического поля в неоднородной среде, поскольку непосредственное вычисление вектора \mathbf{E} в этом случае встречает большие трудности» [4], «поверхности раздела диэлектриков, не содержащие свободных зарядов, являются особыми для \mathbf{E} , но не являются особыми для вектора \mathbf{D} » [4]. Следует отметить, что в некоторых задачах, наоборот, удобнее использовать при расчетах величину \mathbf{E} .

Изложение целесообразно начинать с рассмотрения величин \mathbf{D} и \mathbf{H} . При этом ввести вектор \mathbf{D} таким образом, как он введен Максвеллом: $\operatorname{div} \mathbf{D} = \rho$ или $\oint_S \mathbf{D} ds = q$. Таким образом, проясняется физическое содержание величины \mathbf{D} : индукцию \mathbf{D} можно рассматривать как исходящее от заряда «возбуждение» [1]. Кроме легкой «восприимчивости», достоинством является и соответствие другому дидактическому принципу: *движение от простого к сложному*. Вначале рассматривается поле, создаваемое точечным зарядом в вакууме. В соответствии с теоремой Гаусса, значение плотности потока \mathbf{D} на расстоянии R от заряда равно частному от деления величины заряда на площадь сферы с радиусом R . Т. о. мы получаем представление о физическом содержании величины, описываемой вектором \mathbf{D} . Отметим, что большую роль в восприятии смыслов величины \mathbf{D} играет ее размерность – Кл/м^2 . Она совпадает с размерностью поляризованности, т. е. это однородные величины. Далее, величина \mathbf{E} в вакууме находится делением \mathbf{D} на размерную величину ϵ_0 : $\mathbf{E} = \mathbf{D}/\epsilon_0$.

Следующий этап – изучение полей в среде. И этот материал воспринимается легко при использовании величины \mathbf{D} в качестве исходной. Для выявления физической связи изучаемых понятий сначала рассматривается простейшая конфигурация: плоский конденсатор с плотностью заряда на обкладках σ . Что происходит при внесении диэлектрика? Электрическое поле, созданное зарядами на обкладках конденсатора, вызывает поляризацию диэлектрика, что при макроописании эквивалентно возникновению на поверхностях диэлектрика заряженных плоскостей с плотностью σ' , создающих в объеме диэлектрика «противополе», что приводит к уменьшению поля \mathbf{E} по сравнению с вакуумом в $\frac{\sigma}{\sigma - \sigma'}$ раз.

В КОФ обычно рассматривается случай, когда поля малы и медленно изменяются в пространстве и времени. В этом случае принимают, что в однородном изотропном диэлектрике вектор \mathbf{P} пропорционален \mathbf{E} . Т.к. величина \mathbf{D} в этом случае пропорциональна \mathbf{E} , то и величина \mathbf{P} будет пропорциональна \mathbf{D} , и, следовательно, пропорциональна σ . А так как численное значение \mathbf{P} равно поверхностной плотности поляризационных зарядов (ППЗ) σ' , то получим, что σ пропорциональна σ' , т. е. мы

можем записать: $\sigma' = k\sigma$, где k - характеристика диэлектрика $\left(k = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon}\right)$. Введенная

таким образом величина k прямо связывает величину ППЗ σ' с плотностью зарядов σ на поверхности заряженного проводника, т. е. устанавливает зависимость \mathbf{P} и \mathbf{D} . Это отмечается и в литературе: «Мы уже неоднократно отмечали, что поле связанных зарядов пропорционально полю свободных» [5]. Использование коэффициента k упрощает решение многих задач, позволяя обойтись без использования вектора поляризации \mathbf{P} . Например, напряженность электрического поля \mathbf{E} в однородном диэлектрике, заполняющем все пространство, находится умножением поля, создаваемого данными сторонними зарядами в вакууме, на величину $(1 - k)$. В случае неоднородной среды поле вектора \mathbf{D} также во многих случаях совпадает с полем в вакууме, создаваемым данными сторонними зарядами. Это, например, часто встречающийся случай совпадения границ раздела слоев с эквипотенциальными поверхностями, сферически симметричные конфигурации, многослойные плоские и сферические конденсаторы. В этом случае использование \mathbf{D} позволяет легко найти поле \mathbf{E} : значение \mathbf{E} , рассчитанное для вакуума, умножаем на $(1 - k)$.

Конечно, в общем случае неоднородного диэлектрика распределение зарядов по поверхности проводников, и, следовательно, конфигурация поля \mathbf{D} , может измениться. Но это не меняет общего характера связи \mathbf{P} и \mathbf{D} в любой точке диэлектрика.

Рассмотрим смыслы различных выражений, связывающих \mathbf{D} , \mathbf{E} и \mathbf{P} . Обычно используется выражение:

$$\mathbf{D} = \varepsilon\varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (1)$$

Интересно утверждение в [3]: «Недопустимо...определение полной индукции в диэлектрической среде как суммы совершенно различных величин: напряженности поля и поляризации единицы объема среды». Так как \mathbf{D} и \mathbf{P} –однородные величины, то

есть смысл наоборот, напряженность электрического поля \mathbf{E} выразить через \mathbf{D} и вектор

\mathbf{P} , т. е. записать (1) в виде:
$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{D} - \mathbf{P}}{\epsilon\epsilon_0} \quad (2)$$

Коль скоро (1) правильно описывает связь физических величин, то и соотношение (2) будет справедливым, т. к. мы просто переписали (1) в другой, математически эквивалентной, форме.

Сравним с характером связи между векторами \mathbf{B} и \mathbf{H} , обычно имеющей вид:

$$\mathbf{B} = \mu\mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{M}, \quad (3)$$

Соответствующий, например, определению в [6]: «среднее значение магнитной индукции ...складывается из индукции, созданной намагничивающей катушкой и индукции, созданной поверхностными токами магнетика». В [7] дается похожее определение: «магнетик дает добавочную напряженность магнитного поля, которая складывается с первоначальной напряженностью магнитного поля, вызванного текущими по проводам токами. Векторную сумму этих напряженностей..., по причинам исторического характера, называют вектором магнитной индукции...». Т. о., логика связи аналогична (2), а не (1).

Какая же форма записи имеет больший смысл? Смысл (2) прост - это разность напряженности поля $\mathbf{E} = \mathbf{D}/\epsilon_0$, созданной свободными зарядами, и напряженности поля \mathbf{P}/ϵ_0 , вызванной поляризацией диэлектрика («противополя»).

С дидактической точки зрения [8] схема изложения, в которой \mathbf{D} рассматривается как исходная величина (пусть даже в качестве расчетной) предпочтительнее ввиду простоты. Вектор индукции \mathbf{D} имеет также следующие особенности: легко воспринимается физическое содержание (выраженное в уравнениях Максвелла), одинаковая физическая размерность с поляризованностью диэлектрика и, во многих случаях, облегчение при расчете «силовой» характеристики \mathbf{E} .

При изучении УМ по магнитному полю (МП) использование напряженности \mathbf{H} в качестве исходной величины также облегчает восприятие УМ. Сначала рассматривается напряженность \mathbf{H} на расстоянии R от прямолинейного бесконечно длинного проводника с током I : $H = I/2\pi R$. Введя *циркуляцию* вектора \mathbf{H} , мы одновременно с раскрытием физического содержания величины, описываемой вектором \mathbf{H} , приближаемся к пониманию уравнений Максвелла. Размерность \mathbf{H} – А/м, также облегчает восприятие физического содержания данной величины. Использование

вектора \mathbf{H} полезно и при наличии магнетиков. Например, при одинаковых токах проводимости напряженность магнитного поля в однородном безграничном магнетике такая же, как и в вакууме. Использование теоремы о циркуляции \mathbf{H} позволяет простым образом рассчитать МП в тороиде. Для расчета поля в соленоиде представляем его как участок тороида. Получаем, что величина напряженности \mathbf{H} в длинном соленоиде равна произведению силы тока на число витков, приходящихся на единицу длины катушки. Отсюда следует, что величина поля \mathbf{H} в длинном цилиндре, обтекаемом поверхностным током, равна поверхностной плотности этого тока. Т. о. поясняется влияние магнетика на величину поля в соленоиде: в результате сложения молекулярных токов, возникающих в объеме магнетика при намагничивании, возникают поверхностные токи. Эти токи можно рассматривать как дополнительные *ампер-витки*, складывающиеся с *ампер-витками* намагничивающей катушки.

Физический смысл величин \mathbf{H} и \mathbf{B} , как микроскопический, так и макроскопический, подробно рассмотрен в статье [9]. В ней предлагается принять \mathbf{H} в качестве основной величины, характеризующей магнитное поле.

Таким образом, при использовании в изложении величин \mathbf{D} и \mathbf{H} облегчается усвоение УМ и решение задач.

Литература

1. Зоммерфельд А. Электродинамика. - М., 1958.
2. Трофимова Т. И. Курс физики. - М., 2001.
3. Нестеренко А. Д. Введение в теоретическую электротехнику. - Киев, 1969.
4. Мирюлюбов Н.Н., Костенко М.В., Левинштейн М.Л., Тиходеев Н.Н. Методы расчета электростатических полей. - М., 1963.
5. Зильберман Г.Е. Электричество и магнетизм. - Долгопрудный, 2008.
6. Калашиников С.Г. Электричество. - М., 1985.
7. Фриш С.Э., Тиморева А.В. - Курс общей физики Т. 2 Электрические и электромагнитные явления. - М.-Л., 1961.
8. Ивашкина В.П., Ивашкин П.И. Электростатические и постоянные магнитные поля в среде // Сб. трудов 9-й региональной научно-практической конференции. Т. 1, 24 апреля 2008г. М., 2009. - С. 178-190.
9. Захаров В.А. Об определении понятий в области магнитных явлений // Физическое образование в вузах, т. 13, № 1, 2007.