УДК 519.179.1

Число *j*-независимых множеств в однородных простых гиперграфах

А.Е. Балобанов[1]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе рассматривается обобщение задачи Н.Алона о числе независимых множеств в регулярных графах. Доказывается теорема о верхней оценке числа *j*-независимых множеств в однородных регулярных простых гиперграфах. Для получения основного результата используется метод построения контейнеров малой меры для нерегулярных простых гиперграфов. Основным результатом работы являются две следующие теоремы.

Пусть G — простой гиперграф на n вершинах, а d — средняя степень вершин G. Через $V(G)$ обозначим множество вершин G. Степенной мерой произвольного $S \subset V(G)$ назовем $\mu(S) = (1/nd)\sum_{v\in S} deg_G v$, где $deg_G v$ — степень вершины v. Число j-независимых множеств графа G обозначим через $I_j(G)$.

Теорема 1.

Пусть G — простой гиперграф на n вершинах, с размерами ребер от $(j+1)$ до k. Пусть d — средняя степень вершин G. Для всех достаточно больших d существует набор ζ подмножеств $V(G)$ такой, что

- для любого I — j-независимого подмножества G существует такое $C \in \zeta$, для которого $I \subset C$,
- $\mu(C) \le 1 - 1/4k^2$ для любого $C \in \zeta$,
- $|\zeta| \le 2^{\alpha n}$, где $\alpha = c\dfrac{\log_2 d}{d^{1/2j}}$ для некоторой константы $c = c(k, j)$.

Теорема 2.

Пусть G — простой k-однородный d-регулярный гиперграф на n вершинах. Тогда

$$\log_2 I_j(G) \le \left(\frac{j}{k} + \frac{1}{d^{1/(2j+1)}}\frac{k-j}{k} + c\frac{\log_2^2 d}{d^{1/(2j+1)}}\right)n,$$

для некоторой константы $c = c(k, j)$.

Данные теоремы обобщают аналогичный результат для числа независимых множеств в работах [1], [2].

Литература

[1]. Ordentlich E., Roth R.M. *Independent sets in regular hypergraphs and multidimensional runlength-limited constraints*. SIAM J. Discrete Math, т. 17, №4, 2004, с. 615-623.

[2]. Saxton D. and Thomason A. *Hypergraph containers.* Inventiones mathematicae, т.201, №3, 2015, с. 925-992.