

Применение метода точного размещения полюсов к решению задачи управления ориентации при одновременном регулировании накопленного кинетического момента космического аппарата с инерционными исполнительными органами на высокоэллиптической орбите.

Е.А. Воробьева

ОАО РКК «Энергия» им. С.П.Королева, г. Королев

В работе рассматривается движение космического аппарата (КА) с инерционными исполнительными органами (ИИО) на высокоэллиптической орбите (ВЭО). Для таких орбит характерно деление орбиты на два участка: рабочий (в окрестности апогея) и дежурный (в окрестности перигея). Далее в работе речь будет идти о дежурном участке, на котором осуществляются вспомогательные динамические операции. Одной из таких операций является разгрузка накопленного на ИИО кинетического момента. Естественно, наиболее предпочтительными способами управления кинетическим моментом ИИО являются безрасходные способы, использующие моменты малых сил, действующих на КА.

Целью данной работы является решение задачи управления ориентацией и разгрузки кинетического момента КА с ИИО на ВЭО по всем трем каналам управления с использованием гравитационного момента и с применением алгоритма точного размещения полюсов.

Математическая модель КА. Для вывода уравнений, описывающих динамику углового движения КА, введем две системы координат:

– орбитальная система координат (ОСК), начало которой совпадает с центром масс КА, ось $OY_{оск}$ направлена вдоль радиуса-вектора, $OX_{оск}$ лежит в плоскости кеплеровой орбиты и составляет с вектором линейной скорости острый угол, $OZ_{оск}$ дополняет систему до правой.

– связанная с КА система координат (ССК) – с началом в центре масс КА. Для упрощения математических выкладок оси ССК совпадают по направлению с главными центральными осями инерции КА.

Для перехода от ОСК к ССК необходимо выполнить три последовательных вращения. Первое вокруг начального положения оси $OZ_{ССК}$ ($OZ_{ОСК}$) – тангажный разворот на угол θ , второе вокруг промежуточного положения оси $OY_{ССК}$ – разворот по каналу рыскания на угол ψ и вокруг конечного положения оси $OX_{ССК}$ – разворот по крену на угол γ .

Ниже представлены уравнения описывающие движение КА около ЦМ.

1) Кинематическими соотношениями в кватернионной форме [1]:

$$2\dot{\Lambda}_{ОСК}^{ССК} = \Lambda_{ОСК}^{ССК} \circ (\omega_{абс})_{ССК} - (\omega_0)_{ОСК} \circ \Lambda_{ОСК}^{ССК} \quad (1)$$

где $\Lambda_{ОСК}^{ССК}$ – кватернион разворота от ОСК к ориентации, требуемой для разгрузки, $(\omega_{абс})_{ССК}$ – абсолютная угловая скорость в проекции на ССК, $(\omega_0)_{ОСК}$ – орбитальная угловая скорость в проекции на ОСК

2) Динамическими уравнениями углового движения КА, несущего вращающиеся массы, при воздействии гравитационного момента [2]:

$$J\dot{\vec{\omega}}_{абс} + \vec{\omega}_{абс} \times J\vec{\omega}_{абс} + \dot{\vec{h}} + \vec{\omega}_{абс} \times \vec{h} = \vec{M}_{grav} \quad (2)$$

где J – тензор инерции КА, \vec{h} – вектор кинетического момента ИИО, \vec{M}_{grav} – гравитационный момент.

Далее:

- проецируем уравнение (2) на оси ССК;
- предполагаем малыми углы крена и рыскания и малыми предполагаем производные по времени от углов крена рыскания и тангажа;
- применяем теорему об изменении кинетического момента отдельно к корпусу КА и отдельно к вращающимся элементам конструкции;
- производим замену переменных ω_0 , $\dot{\omega}_0$, r на переменные и параметры Кеплеровой орбиты (эксцентриситетом, истинной, эксцентрической и средней аномалией);

– линеаризуем полученную систему уравнений около углового положения $(0, 0, \theta_0)$.

Таким образом, получаем линеаризованные уравнения углового движения КА при наличии ИИО для эллиптических орбит при учете действия гравитационного момента в случае применения теоремы об изменении кинетического момента:

$$\begin{aligned} \dot{\gamma} &= \left(\frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} \right) \left(\frac{G}{r^3} (1 + e \cos \nu) + 3 \frac{G}{r^3} \cos^2 \theta_0 \right) \gamma - \left(\frac{J_{xx} + J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} \right) \sqrt{\frac{G}{r^3} (1 + e \cos \nu)} \dot{\psi} + 2 \frac{G}{r^3} e \sin \nu \psi - \frac{u_x}{J_{xx}} \\ \dot{\psi} &= \left(\frac{J_{xx} - J_{zz}}{J_{yy}} \right) \left(\frac{G}{r^3} (1 + e \cos \nu) + 3 \frac{G}{r^3} \sin^2 \theta_0 \right) \psi + \left(\frac{J_{xx} + J_{yy} - J_{zz}}{J_{yy}} \right) \sqrt{\frac{G}{r^3} (1 + e \cos \nu)} \dot{\gamma} - 2 \frac{G}{r^3} e \sin \nu \gamma - \frac{u_y}{J_{yy}} \\ \dot{h}_x + \sqrt{\frac{G}{r^3} (1 + e \cos \nu)} h_y &= u_x \\ \dot{h}_y - \sqrt{\frac{G}{r^3} (1 + e \cos \nu)} h_x &= u_y, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{\vartheta} &= 3 \frac{G}{r^3} \left(\frac{J_{yy} - J_{xx}}{J_{zz}} \right) \cos(2\theta_0) \vartheta + \frac{3}{2} \frac{G}{r^3} \left(\frac{J_{yy} - J_{xx}}{J_{zz}} \right) \sin(2\theta_0) - 2 \frac{G}{r^3} e \sin \nu - \frac{u_z}{J_{zz}}, \\ \dot{h}_z &= u_z, \end{aligned}$$

где J_{xx}, J_{yy}, J_{zz} – главные центральные моменты инерции КА; h_x, h_y, h_z – проекции кинетического момента ИИО на оси связанного базиса; u_x, u_y, u_z – моменты реакции в подшипниках маховиков, через которые осуществляется как управляющее воздействие на корпус КА с целью поддержания его ориентации, так и разгрузка накопленного кинетического момента ИИО; γ, ψ, θ – углы отклонения связанного базиса от местной вертикали по крену, рысканию и тангажу; ϑ – малый угол отклонения от углового положения $(0, 0, \theta_0)$ в канале тангажа, $\vartheta = \theta - \theta_0$; r – радиус-вектор центра масс спутника относительно центра Земли; ν – истинная аномалия; e – эксцентриситет орбиты; $G = \mu M$; μ – гравитационная постоянная; M – масса Земли.

Из этих уравнений видно, что пространственное угловое движение КА разделяется на два: плоское движение в канале тангажа и не разделяющееся движение по каналам крена и рыскания.

А дальше переходя в пространство состояний с вектором состояния \mathbf{x} , перепишем систему (3) таким образом, что элементами матрицы \mathbf{M} в соответствующем канале управления являются элементы, не относящиеся к этому каналу. Что позволит в каком-то смысле разделить управление по всем трем каналам. Тогда система уравнений (3) распадется на три:

$$\dot{\mathbf{x}}_i = \mathbf{A}_i \mathbf{x}_i + \mathbf{B}_i u_i + \mathbf{M}_i, \quad i = x, y, z \quad (4)$$

$$\mathbf{A}_i = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{i21} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \mathbf{B}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J_{ii}} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mathbf{K}_i = \begin{pmatrix} K_{i1} \\ K_{i2} \\ K_{i3} \\ K_{i4} \end{pmatrix}^T \mathbf{x}_i = \begin{pmatrix} \varphi_i \\ \dot{\varphi}_i \\ h_i \\ \int_0^t h_i dt \end{pmatrix} \mathbf{M}_i = \begin{pmatrix} 0 \\ m_{i21} \\ m_{i31} \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$a_{x21} = \left(\frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} \right) \left(\frac{G}{r^3} (1 + e \cos \nu) + 3 \frac{G}{r^3} \cos^2 \theta_0 \right)$$

$$a_{y21} = \left(\frac{J_{xx} - J_{zz}}{J_{yy}} \right) \left(\frac{G}{r^3} (1 + e \cos \nu) + 3 \frac{G}{r^3} \sin^2 \theta_0 \right)$$

$$a_{z21} = \frac{3G}{r^3} \left(\frac{J_{yy} - J_{xx}}{J_{zz}} \right) \cos(2\theta_0)$$

$$m_{x21} = - \left(\frac{J_{xx} + J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} \right) \omega_0 \dot{\psi} + \left(2 \frac{G}{r^3} e \sin \nu - 3 \frac{G}{r^3} \left(\frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} \right) \left(\frac{1}{2} \sin 2\theta_0 + \vartheta \cos 2\theta_0 \right) \right) \psi$$

$$m_{y21} = \left(\frac{J_{xx} + J_{yy} - J_{zz}}{J_{yy}} \right) \omega_0 \dot{\gamma} - \left(2 \frac{G}{r^3} e \sin \nu + 3 \frac{G}{r^3} \left(\frac{J_{xx} - J_{zz}}{J_{yy}} \right) \left(\frac{1}{2} \sin 2\theta_0 + \vartheta \cos 2\theta_0 \right) \right) \gamma$$

$$m_{z21} = \frac{3}{2} \frac{G}{r^3} \left(\frac{J_{yy} - J_{xx}}{J_{zz}} \right) \sin(2\theta_0) - 2 \frac{G}{r^3} e \sin \nu$$

$$m_{x31} = -\omega_0 h_y \quad m_{y31} = \omega_0 h_x \quad m_{z31} = 0$$

Построение законов управления. В пространстве состояний задача ставится так. Для линейной динамической системы с многими входами и многими выходами

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u} \quad (5)$$

где \mathbf{x} – n -мерный вектор, \mathbf{u} – r -мерный вектор входа, матрица \mathbf{B} ($n \times r$) имеет полный ранг по столбцам, а множество собственных значений матрицы \mathbf{A} равно $\text{eig}(\mathbf{A}) = \{\lambda_i \in \mathbb{C} : \det(\lambda_i \mathbf{I}_n - \mathbf{A}) = 0, i = 1, \dots, n\}$ требуется найти закон управления с обратной связью

$$\mathbf{u} = \mathbf{K}\mathbf{x}, \quad (6)$$

где \mathbf{K} матрица регуляторов по состоянию, такой чтобы множество собственных значений матрицы замкнутой системы лежало в левой полуплоскости комплексной плоскости.

Итак, в канале тангажа система (4) имеет вид:

$$\dot{\mathbf{x}}_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{z21} - \frac{K_{z1}}{J_{zz}} & -\frac{K_{zz2}}{J_{zz}} & -\frac{K_{z3}}{J_{zz}} & -\frac{K_{z4}}{J_{zz}} \\ K_{z1} & K_{z2} & K_{z3} & K_{z4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_z + \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{m_{i21}}{0} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

Если положить нулю свободный член в уравнении для канала тангажа

$$m_{z21} = \frac{3}{2} \frac{G}{r^3} \left(\frac{J_{yy} - J_{xx}}{J_{zz}} \right) \sin(2\theta_0) - 2 \frac{G}{r^3} e \sin \nu$$

Тогда

$$\theta_0 = \frac{1}{2} \arcsin \left(\frac{4}{3} \frac{J_{zz}}{(J_{yy} - J_{xx})} e \sin \nu \right) \text{ при } |\theta_0| \leq 45^\circ \quad (8)$$

При условии

$$|\sin \nu| \leq \left| \frac{3}{4} \frac{(J_{yy} - J_{xx})}{J_{zz} e} \right|. \quad (9)$$

И далее будем рассматривать участок траектории в окрестности перигея, где выполняется условие

$$\left| \frac{4}{3} \frac{J_{zz}}{(J_{yy} - J_{xx})} e \sin \nu \right| \leq 1, \quad (10)$$

Вернемся к законам управления ориентации и разгрузки по каналам крена и рыскания, которые в соответствии с [3] имеют вид:

$$u_i = K_i x_i + [K_i \mid -E_r] \left[\begin{array}{c|c} A_i & B_i \\ \hline N_i & 0 \end{array} \right]^{-1} \left[\begin{array}{c} M_i \\ 0 \end{array} \right], \quad i=x, y \quad (10)$$

где E_r – единичная матрица, а $N_i = (1 \ 1 \ 1 \ 1)$

Прежде чем приступить к поиску элементов матрицы регуляторов по состоянию сделаем небольшое отступление.

Ранее говорилось о том, что для обеспечения асимптотической устойчивости линейной динамической системы необходимо и достаточно, чтобы спектр собственных значений замкнутой системы лежал в левой полуплоскости комплексной плоскости. Это утверждение справедливо для систем с постоянной матрицей. В данной работе системы уравнения являются системами с периодическими коэффициентами. Об устойчивости таких систем нельзя судить по знаку действительной части корней характеристического полинома. В доказательство последнего высказывания приведем два примера [4, 5].

Первый пример. Система вида

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -1 - 4 \cos(4t) & 2 + 2 \sin(4t) \\ -2 + 2 \sin(4t) & -1 + 2 \cos(4t) \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

допускает решение $\mathbf{x} = [e^t \sin(2t) \mid e^t \cos(2t)]^T$, которое, как видно, не является устойчивым, хотя собственные значения матрицы системы равны

$$\lambda_{1,2} = -1.$$

Второй пример. Дана система вида:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \cos(\omega t) & \sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) & -\cos(\omega t) \end{bmatrix} \mathbf{x}$$

Не трудно проверить, что собственные значения матрицы системы $\lambda_{1,2} = \pm 1$

Замена переменных вида: $\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -\sin(\frac{\omega t}{2}) & \cos(\frac{\omega t}{2}) \\ \cos(\frac{\omega t}{2}) & \sin(\frac{\omega t}{2}) \end{bmatrix} \mathbf{y}$

приводит исходную систему к системе с постоянными коэффициентами

$$\dot{\mathbf{y}} = \begin{bmatrix} -1 & 0.5\omega \\ -0.5\omega & 1 \end{bmatrix} \mathbf{y},$$

собственные значения матрицы системы которой $\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{1 - \frac{\omega^2}{4}}$

существенно зависят от ω и при $\omega \geq 2$ система будет устойчивой

То есть об устойчивости системы ЛДУ с периодическими коэффициентами можно, например, судить по устойчивости решения приведенной системы. Но на данном этапе исследования автору статьи не удалось привести указанные системы с периодическими коэффициентами к системам с постоянными и для обеспечения устойчивости решений систем (4) в работе применялась следующая теорема [6].

Прежде чем ее сформулировать, на примере уравнений описывающих динамику углового движения в канале тангажа, предлагается матрицу замкнутой системы переписать в виде суммы двух матриц: с постоянными $A_{\text{пост}}$ и с периодическими коэффициентами $B(t)$ в виде:

$$\dot{\mathbf{x}}_z = \left\{ \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{z21\pi} - \frac{K_{z1}}{J_{zz}} & -\frac{K_{z2}}{J_{zz}} & -\frac{K_{z3}}{J_{zz}} & -\frac{K_{z4}}{J_{zz}} \\ K_{z1} & K_{z2} & K_{z3} & K_{z4} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}}_{A_{\text{пост}}} + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{z21} - a_{z21\pi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}_{B(t)} \right\} \mathbf{x}_z \quad (11)$$

$$K_{z1} = J_{zz} \left(a_{z21\pi} + \beta_1 + \frac{\beta_3}{a_{z21\pi}} \right)$$

$$K_{z2} = J_{zz} \left(\beta_0 + \frac{\beta_2}{a_{z21\pi}} \right)$$

$$K_{z3} = \frac{\beta_2}{a_{z21\pi}}$$

$$K_{z4} = \frac{\beta_3}{a_{z21\pi}}$$

$$\beta_0 = -(f_0 + f_1 + f_2 + f_3) \quad \beta_1 = f_0 f_1 + f_0 f_2 + f_0 f_3 + f_1 f_2 + f_1 f_3 + f_2 f_3$$

$$\beta_2 = -(f_0 f_1 f_2 + f_0 f_1 f_3 + f_0 f_2 f_3 + f_1 f_2 f_3) \quad \beta_3 = f_0 f_1 f_2 f_3$$

Здесь K_{zi} – элементов матрицы регуляторов по состоянию, вычисленные по формулам метода точного размещения полюсов, суть которого изложена в [7]; f_i – в соответствии с методом точного размещения полюсов, собственные числа матрицы A_{nocm} (корни характеристического полинома); $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$ – определяются по формулам, которые выражают коэффициенты многочлена через его корни (формулы Виета); $a_{z21\pi}$ – значение элемента матрицы A_{nocm} в перигеи (при $\nu = 0^\circ$).

Теперь сформулируем теорему:

Если все решения уравнения $\dot{\mathbf{y}} = A_{nocm} \mathbf{y}$ стремятся к нулю при $t \rightarrow \infty$, то этим же свойством обладают решения уравнения $\dot{\mathbf{x}} = (A_{nocm} + \mathbf{B}(t))\mathbf{x}$, если $\|\mathbf{B}(t)\| \leq c_1$ при любых $t \geq 0$, где c_1 зависит только от A_{nocm} .

Доказательство теоремы.

В системе $\dot{\mathbf{x}} = (A_{nocm} + \mathbf{B}(t))\mathbf{x}$ примем $\mathbf{B}(t)\mathbf{x}$ за неоднородный член, тогда решение этой системы уравнений удовлетворяет интегральному отношению:

$$\mathbf{x} = e^{A_{nocm}t} \mathbf{y}(0) + \int_0^t e^{A_{nocm}(t-\tau)} \mathbf{B}(\tau) \mathbf{x}(\tau) d\tau$$

Т.к. по условию теоремы A_{nocm} устойчивая, то существует такая положительная постоянная c , что

$$\|e^{A_{nocm}t} \mathbf{y}(0)\| \leq c_2 e^{-ct} \quad \text{и} \quad \|e^{A_{nocm}t}\| \leq c_3 e^{-ct}$$

Причем $e^{A_{nocm}t} = \mathbf{Y}$ – матрицант уравнения $\dot{\mathbf{y}} = A_{nocm} \mathbf{y}$ т.е. решение задачи $\dot{\mathbf{Y}} = \mathbf{A}\mathbf{Y}$, $\mathbf{Y}(0) = \mathbf{E}_n$

Отсюда следует с учетом определения матричной нормы, что в качестве c_3 можно взять размерность системы. В качестве постоянной c можно взять любое число меньше $\min |\operatorname{Re} f_i|$, где f_i собственные числа $A_{\text{ном}}$.

Из интегрального соотношения следует оценка для векторных и матричных норм

$$\|\mathbf{x}\| \leq \|e^{A_{\text{ном}} t} \mathbf{y}(0)\| + \int_0^t \|e^{A_{\text{ном}}(t-\tau)}\| \|\mathbf{B}(\tau)\| \|\mathbf{x}(\tau)\| d\tau$$

Используя условие теоремы $\|\mathbf{B}(t)\| \leq c_1$ и $\|e^{At}\| \leq c_3 e^{-ct}$, усилим предыдущее неравенство

$$\|\mathbf{x}\| \leq c_2 e^{-ct} + \int_0^t c_1 c_3 e^{c(t-\tau)} \|\mathbf{x}(\tau)\| d\tau$$

Умножая обе части неравенства на e^{ct} и применяя лемму Гронуолла – Беллмана получаем $\|\mathbf{x}\| \leq c_2 e^{-(c-c_1 c_3)t}$. Отсюда следует, что если $c > c_1 c_3$, то $\|\mathbf{x}\| \rightarrow 0$ при $t \rightarrow \infty$.

Итак, из последнего неравенства имеем $c_1 c_3 < c < \min |\operatorname{Re} f_i|$

Так как c и c_3 зависят только от $A_{\text{ном}}$, то и c_1 зависит только от $A_{\text{ном}}$. Теорема доказана

Так как в качестве эталонного многочлена, расположение корней которого и являлось желаемым при замыкании системы (11), выбирался полином Баттерворта четвертого порядка, то

$$\min |\operatorname{Re} \Phi_i| = \rho_0 \sin\left(\frac{\pi}{8}\right),$$

при этом параметр ρ_0 радиус полуокружности в левой полуплоскости с центром в начале координат, на которой лежат корни эталонного многочлена, выбирался из условия

$$\rho_0 > \frac{4c_1}{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)}$$

Под нормой матрицы $\mathbf{B}(t)$ понимается следующее:

$$\|\mathbf{B}(t)\| = \left\| \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{i21} - a_{i21\pi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \right\| = |a_{i21} - a_{i21\pi}|$$

$$|a_{i21} - a_{i21\pi}| = \left| \frac{3G}{r^3} \left(\frac{J_{yy} - J_{xx}}{J_{zz}} \right) \cos(2\theta_0) - \frac{3G}{r_\pi^3} \left(\frac{J_{yy} - J_{xx}}{J_{zz}} \right) \right| \leq \left| 2 \frac{3G}{r_\pi^3} \left(\frac{J_{yy} - J_{xx}}{J_{zz}} \right) \right|$$

$$\left| 6 \frac{G}{r_\pi^3} \left(\frac{J_{yy} - J_{xx}}{J_{zz}} \right) \right| = c_1$$

Тогда

$$\rho_{0_{pitch}} > \frac{24}{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)} \left| \frac{G}{r_\pi^3} \left(\frac{J_{yy} - J_{xx}}{J_{zz}} \right) \right|$$

Действуя аналогичным образом, получим оценку радиуса ρ_0 для каналов крена и рыскания:

$$\rho_{0_{roll}} > \frac{8(4+e)}{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)} \left| \frac{G}{r_\pi^3} \left(\frac{J_{yy} - J_{zz}}{J_{xx}} \right) \right| \quad \rho_{0_{yaw}} > \frac{8(4+e)}{\sin\left(\frac{\pi}{8}\right)} \left| \frac{G}{r_\pi^3} \left(\frac{J_{xx} - J_{zz}}{J_{yy}} \right) \right|$$

Результаты моделирования. Математическое моделирование проводилось для значений истинной аномалии, удовлетворяющих условию (9), для начальных значений по кинетическому моменту по всем трем каналам управления принимались равные минус 10 Н·м·с в среде MATLAB.

Ниже представлены графические результаты моделирования. На рисунках 1-3 для каналов крена, рыскания и тангажа представлено два графика, на верхнем – изменение угла отклонения в соответствующем канале, на нижнем – изменение кинетического момента по соответствующей оси. На графиках используются следующие обозначения:

gamma – угол крена γ , град;

psi – угол рыскания ψ , град ;

teta – угол тангажа $\theta = \theta_0 + \vartheta$, град ;

hx, hy, hz – проекции кинетического момента ИИО на оси связанного базиса, Н·м·с.

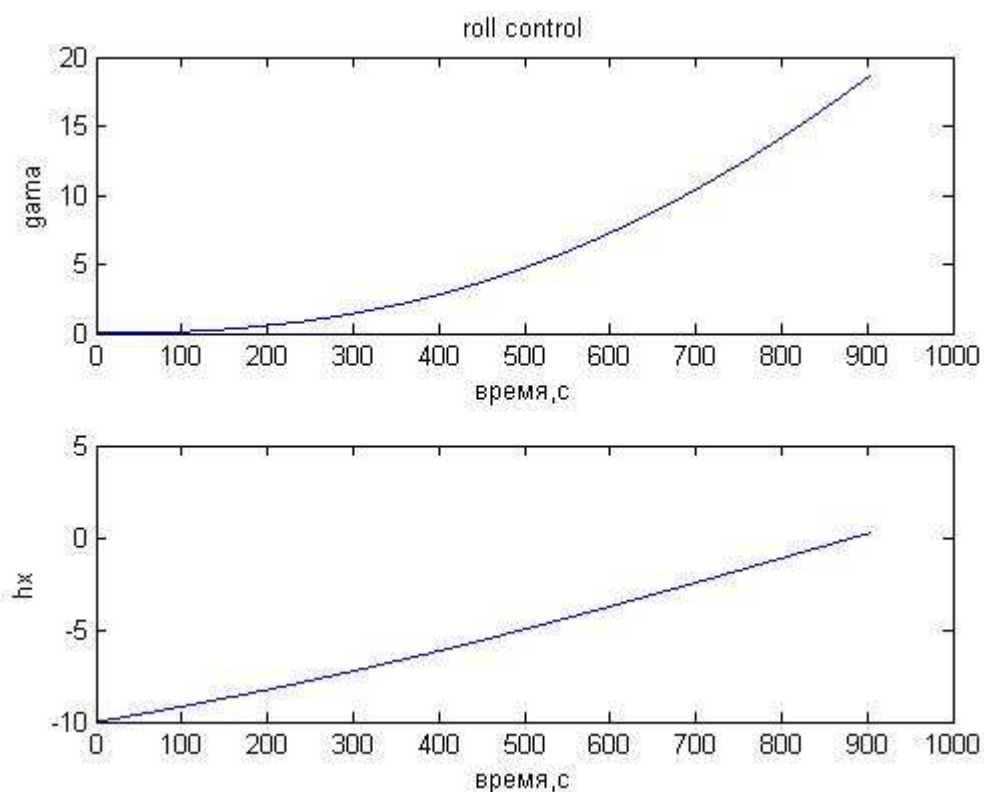


Рисунок 1 – Изменение кинетического момента ИИО и угол отклонения в канале крена.

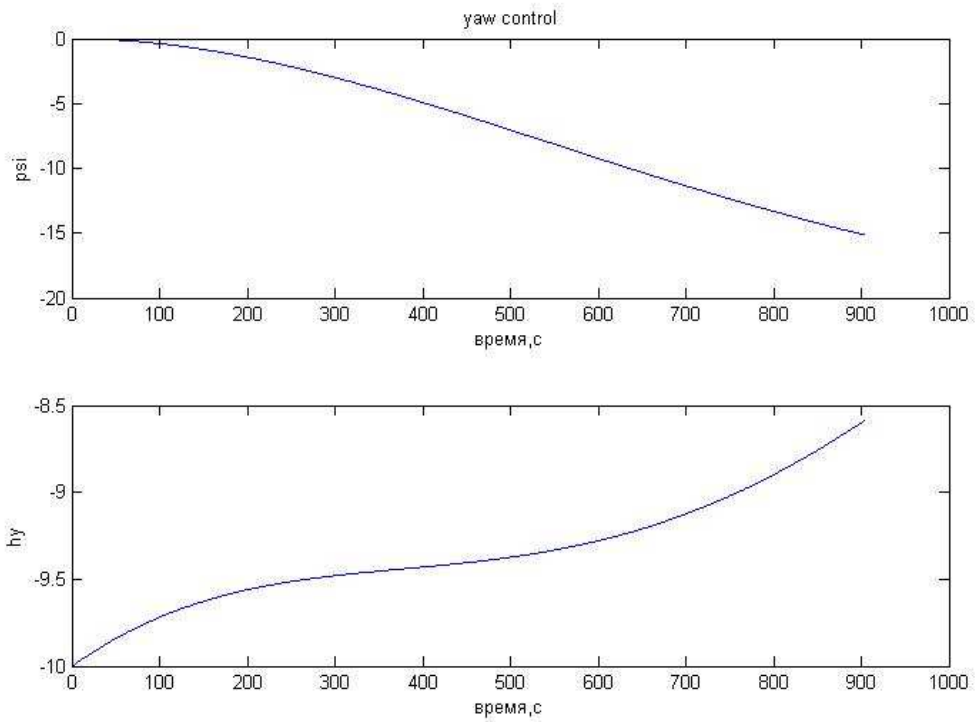


Рисунок 2 – Изменение кинетического момента ИИО и угол отклонения в канале рыскания.

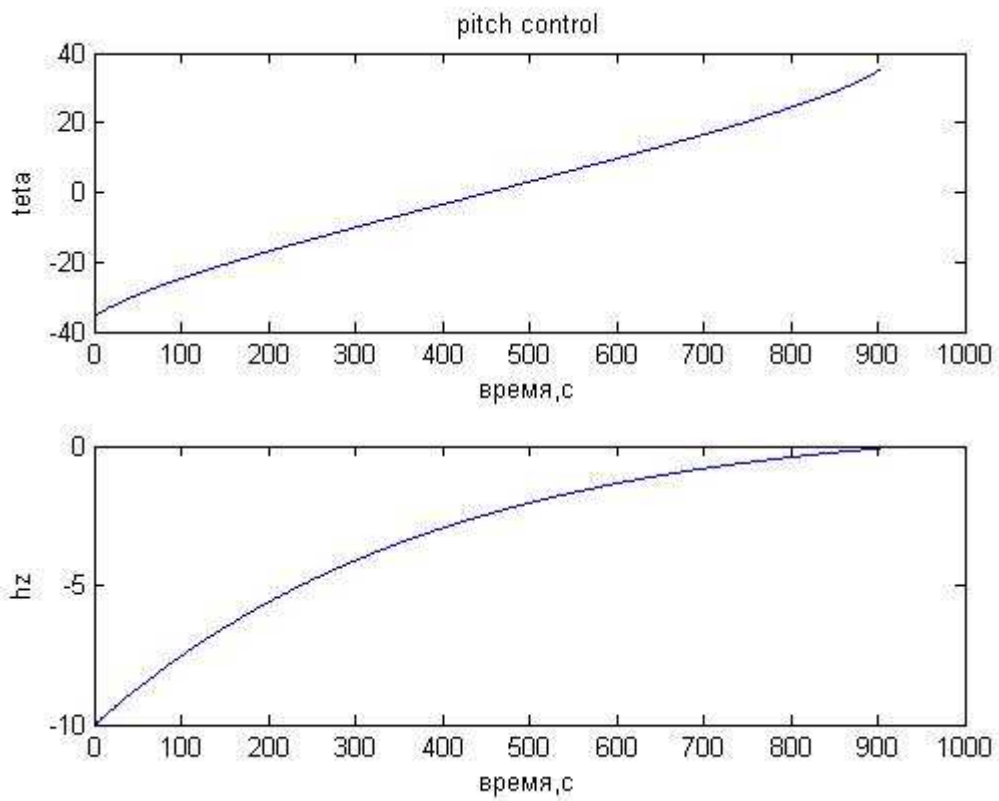


Рисунок 3 – Изменение кинетического момента ИИО и угол отклонения в канале тангажа.

Заключение. В работе произведен анализ устойчивости решения систем линейных дифференциальных уравнений, описывающих динамику поведения КА на ВЭО. Получены численные решения задачи управления ориентацией и разгрузкой кинетического момента КА на ВЭО по всем трем каналам на участке орбиты в окрестности перигея.

Список литературы

1. *Браней В.Н.* Лекции по теории бесплатформенных инерциальных навигационных систем управления. – М.: МФТИ 2009.
2. *Белецкий В.В.* Движение искусственного спутника относительно центра масс. – М.: Наука 1965.
3. Справочник по теории автоматического управления под редакцией А.А.Красовского. – М.: Наука, 1987.
4. *Былов Б.Ф., Виноград Р.Э., Гробан Д.М., Немыцкий В.В.* Теория показателей Ляпунова, – М.: Наука 1966.
5. *Коняев Ю.А.* Методы унитарных преобразований в теории устойчивости. Изд. ВУЗ Математика, – 2002. – №2. – С. 41–45.
6. *Беллман Р.* Теория устойчивости решений дифференциальных уравнений. — ИЛ, 1954.
7. *Зубов Н.Е., Микрин Е.А., Мисриханов М.Ш., Рябченко В.Н.* Синтез развязывающих законов стабилизации орбитальной ориентации космического аппарата // Изв. РАН. ТиСУ. – 2012. – № 1. – С. 92–108.