

Кубит на основе двойной полупроводниковой квантовой точки, управляемой полями
лазера и резонатора

А.В. Цуканов^{1,2}, В.Г. Чекмачев^{1,2}

¹Физико-технологический институт РАН

²Московский физико-технический институт (государственный университет)

В нашей работе рассматривается одноэлектронная двойная квантовая точка (ДКТ), помещенная в высокодобротный оптический резонатор. Данная структура может использоваться для кодировки квантовой информации в локализованные одноэлектронные состояния, перераспределение заселенностей которых (квантовые операции) осуществляется с помощью оптических полей лазера и резонатора. Динамика системы моделируется при помощи уравнения Линдблада для матрицы плотности, а инверсия состояний кубита (или операция NOT) может быть реализована с хорошей точностью. Собственные частоты электрон-фотонной системы, на которых оптическое воздействие на ДКТ особенно эффективно, рассчитываются численно путем моделирования спектроскопического отклика.

1. Введение

Полупроводниковые квантовые точки (КТ), которые так же часто называют искусственными атомами, являются достаточно активно исследуемыми объектами, как в теоретической, так и в экспериментальной физике. Возможность формирования упорядоченных структур на основе КТ вместе с доступностью контроля спектральных и когерентных свойств отдельных КТ делает их очень перспективным кандидатом для использования в области квантовой информации, а именно, для формирования на их основе кубитов.

В нашей работе рассматривается система, состоящая из одного электрона и двух квантовых точек, разделенных потенциальным барьером, который препятствует туннелированию электрона между их основными состояниями. Волновые функции электрона в этих состояниях локализованы в каждой из КТ. Напротив, электрон в возбужденном состоянии КТ, лежащем вблизи вершины барьера, может туннелировать между точками. Таким образом, основные состояния в КТ соответствуют логическим состояниям кубита, а возбужденные состояния будут являться в данном случае вспомогательными транспортными.

Квантовые операции осуществляются с помощью полей лазера и оптического высокодобротного микрорезонатора (МР) на частотах резонансного перехода между логическими состояниями кубита и вспомогательными состояниями делокализованными в ДКТ. Поскольку логические состояния являются основными состояниями КТ, такой кубит, как ожидается, будет достаточно стабилен.

В данной работе учтен ряд диссипативных эффектов, свойственных описанной выше системе на основе ДКТ. Некогерентные процессы в данном случае представлены уходом фотонов из МР вследствие его неидеальности и спонтанными переходами между уровнями КТ. Как мы увидим, несмотря на присутствие этих диссипативных процессов, элементарная квантовая операция инверсии (вентиль NOT) может быть реализована на данном кубите с достаточно высокой точностью.

2. Модель и основные уравнения

Рассмотрим пару двухуровневых КТ (А и В), помещенных в одномодовый МР, которая содержит один электрон. Потенциальный профиль структуры в направлении роста и схема ее энергетических уровней показаны на рис. 1.

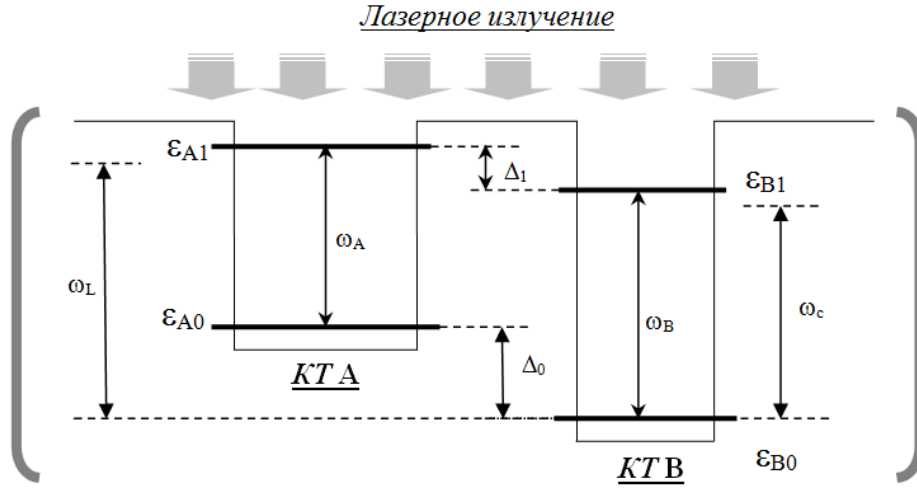


Рис. 1. Схема двойной квантовой точки в комбинированном поле лазера и резонатора.

Гамильтониан сформированной таким образом четырехуровневой одноэлектронной ДКТ и МР имеет вид

$$H_0 = \omega_c a^\dagger a + \varepsilon_{A0} |A0\rangle\langle A0| + \varepsilon_{B0} |B0\rangle\langle B0| + \varepsilon_{A1} |A1\rangle\langle A1| + \varepsilon_{B1} |B1\rangle\langle B1| - V(|A1\rangle\langle B1| + |B1\rangle\langle A1|), \quad (1)$$

где ω_c - частота моды МР, a - оператор уничтожения фотона в данной моде, $\varepsilon_{A0}, \varepsilon_{B0}, \varepsilon_{A1}, \varepsilon_{B1}$ - энергии уровней изолированных КТ, $V > 0$ - матричный элемент (энергия) туннелирования электрона между возбужденными уровнями КТ (здесь и далее полагаем постоянную Планка равной единице). Поле МР вызывает вертикальные переходы $|A0\rangle \leftrightarrow |A1\rangle$ и $|B0\rangle \leftrightarrow |B1\rangle$ между основными ($|A0\rangle$ и $|B0\rangle$) и возбужденными ($|A1\rangle$ и $|B1\rangle$) состояниями КТ, которые с учетом а) приближения вращающейся волны и б) дипольного приближения описываются гамильтонианом Джейнса-Каммингса

$$H_{JC} = g_A (|A0\rangle\langle A1| a^\dagger + |A1\rangle\langle A0| a) + g_B (|B0\rangle\langle B1| a^\dagger + |B1\rangle\langle B0| a), \quad (2)$$

где g_A и g_B - не зависящие от времени коэффициенты взаимодействия ДКТ и МР (частоты Раби). Частота электронного перехода в КТ А (В) равна разности энергий ее состояний: $\omega_{A(B)} = \varepsilon_{A(B)1} - \varepsilon_{A(B)0}$. Кроме квантового поля МР, ДКТ аналогичным образом взаимодействует еще и с лазерным (классическим) полем, задаваемым гамильтонианом

$$H_L = \Omega_A \cos(\omega_L t) (|A1\rangle\langle A0| + |A0\rangle\langle A1|) + \Omega_B \cos(\omega_L t) (|B1\rangle\langle B0| + |B0\rangle\langle B1|), \quad (3)$$

где Ω_A и Ω_B - не зависящие от времени амплитуды (частоты Раби) лазера в КТ А и В, а ω_L - частота лазера. Таким образом, полный гамильтониан ДКТ в квантовом и классическом полях представляется в виде суммы выражений (1), (2) и (3):

$$H = H_0 + H_{JC} + H_L. \quad (4)$$

Отметим, что в модели (4) мы пренебрегаем туннелированием между основными состояниями КТ, а также диагональными переходами $|A0\rangle \leftrightarrow |B1\rangle$ и $|B0\rangle \leftrightarrow |A1\rangle$.

Для дальнейшей работы с выражением (4) удобно перейти в систему отсчета, связанную с лазером, с помощью унитарного преобразования $T = \exp[-i\omega_L (|A1\rangle\langle A1| + |B1\rangle\langle B1| + a^\dagger a)t]$. При этом гамильтониан (4) преобразуется как

$$\tilde{H} = T^\dagger H T + i \frac{\partial T^\dagger}{\partial t} T = \tilde{H}_0 + \tilde{H}_{JC} + \tilde{H}_L, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned}\tilde{H}_0 &= \Delta a^\dagger a - \frac{1}{2}(\Delta_1 + \delta_A - \delta_B)(|A0\rangle\langle A0| - |B0\rangle\langle B0|) \\ &+ \frac{1}{2}(\delta_A + \delta_B - \Delta_1)|A1\rangle\langle A1| + \frac{1}{2}(\delta_A + \delta_B + \Delta_1)|B1\rangle\langle B1| - V(|A1\rangle\langle B1| + |B1\rangle\langle A1|), \\ \tilde{H}_L &= \frac{\Omega_A}{2}(|A1\rangle\langle A0| + |A0\rangle\langle A1|) + \frac{\Omega_B}{2}(|B1\rangle\langle B0| + |B0\rangle\langle B1|), \quad \tilde{H}_{JC} = H_{JC}\end{aligned}\quad (6)$$

и введены следующие обозначения: $\Delta_{0(1)} = \varepsilon_{B0(1)} - \varepsilon_{A0(1)}$ - разность энергий основных (возбужденных) состояний КТ А и КТ В, $\delta_{A(B)} = \omega_{A(B)} - \omega_L$ - отстройка частот перехода в КТ А (В) и лазера, $\Delta_{A(B)} = \omega_c - \omega_{A(B)}$ - отстройка частот МР и перехода в КТ А (В) и $\Delta = \omega_c - \omega_L$ - отстройка частот МР и лазера. Обращаем внимание на то, что в новой системе отсчета гамильтониан не зависит от времени.

Помимо взаимодействия с монохроматическими полями, МР и ДКТ контактируют с континуумом (резервуаром) фотонных и фононных мод, что приводит к потере когерентности электрон-фотонного состояния. Как правило, резервуар общего вида описывается ансамблем гармонических осцилляторов, линейно взаимодействующих с квантовой системой в приближении Борна-Маркова [1]. Для учета некогерентных процессов мы воспользуемся известным подходом, который базируется на введении так называемых супероператоров Линдблада [2], описывающих распад фотонных состояний МР и электронных состояний ДКТ. Выпишем уравнение Линдблада для редуцированного оператора ρ плотности ДКТ и МР:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -i[\tilde{H}, \rho] + L_{\Sigma}\rho, \quad (7)$$

где $L_{\Sigma}\rho = \sum_m \gamma_m L_m \rho$ - суммарный оператор Линдблада, а $L_m \rho = 2A_m \rho A_m^\dagger - A_m^\dagger A_m \rho - \rho A_m^\dagger A_m$ - парциальный оператор Линдблада, характеризующий распад некоторой величины, которой соответствует оператор A_m (γ_m - скорость распада). Нас будут интересовать заселенности состояний электрон-фотонной системы, которые равны диагональным элементам матрицы плотности ρ .

В данной работе мы ограничимся рассмотрением диссипации фотонов из МР ($m = 1$) со скоростью \varkappa и распадом возбужденных состояний КТ А ($m = 2$) и В ($m = 3$), обусловленным испусканием фотона или оптического фона со скоростями γ_A и γ_B , соответственно:

$$A_1 = a, \gamma_1 = \varkappa; \quad A_2 = |A0\rangle\langle A1|, \gamma_2 = \gamma_A; \quad A_3 = |B0\rangle\langle B1|, \gamma_3 = \gamma_B. \quad (8)$$

Как правило, наиболее быстрым из этих процессов является уход фотона из МР в моды континуума. К сожалению, оптическое качество существующих полупроводниковых МР, содержащих КТ, довольно невысокое, а их добротность $Q = \omega_c / \varkappa$ обычно не превышает 10^5 [3 - 5]. Для частоты МР $\omega_c \sim 10^{14}$ Гц, соответствующей частотам перехода $\omega_{A,B} \sim 0.1$ эВ в нашей ДКТ, получаем оценку $\varkappa \sim 10^{-5} \omega_c \sim 1$ ГГц. Релаксация возбужденной КТ, взаимодействующей с фононным резервуаром, в общем случае представляет собой многостадийный процесс, скорость которого резко зависит от частоты перехода в КТ [6]. В нашей работе мы будем полагать $\gamma_A = \gamma_B \sim 10^{-7} \omega_c$, что может быть реализовано в GaAs КТ при гелиевой температуре.

Опишем кратко метод решения уравнения (7). Прежде всего, нам необходимо выбрать пространство базисных векторов, содержащих компоненты фотонной и электронной подсистем. Каждый такой вектор представляет собой прямое произведение вида $|s\rangle = |k\rangle \otimes |n\rangle$, где индекс k пробегает по четырем состояниям ДКТ, а индекс n равен числу фотонов в МР. Таким образом, размерность пространства $d = 4n_{\max} + 2$ задается максимальным количеством фотонов n_{\max} (входной параметр задачи). Операторы, входящие в (7), выражаются стандартным

образом через прямые произведения базисных векторов (например, в узельном бинарном представлении). Удобно «развернуть» матричное уравнение (7) в векторное [7]:

$$\frac{d\vec{\rho}}{dt} = -i[\tilde{H} \otimes I - I \otimes \tilde{H}^T] \vec{\rho} + \sum_m 2\gamma_m \left\{ A_m \otimes A_m^* - \frac{1}{2} [A_m^+ A_m \otimes I + I \otimes (A_m^+ A_m)^T] \right\} \vec{\rho} = \tilde{L} \vec{\rho}, \quad (9)$$

где вектор $\vec{\rho}$ представлен столбцом длиной d^2 , который формируется из столбцов матрицы ρ (первый столбец матрицы ρ составляет первые d элементов вектора $\vec{\rho}$, второй столбец - вторые d элементов и т.д.), I – единичная матрица размером $d \times d$, а верхний индекс T означает операцию транспонирования. Диагональные элементы матрицы $\rho_{s,s}$ ($1 \leq s \leq d$), которые равны заселенностям базисных состояний, располагаются на позициях $s' = (s-1)d + s$ данного вектора. Поскольку гамильтониан системы не зависит от времени, то нахождение решения (9) может быть проведено без привлечения процедуры численного интегрирования. Предположим, что нам известно преобразование U , диагонализующее матрицу \tilde{L} в правой части уравнения (9). Матрица U образована из собственных векторов матрицы \tilde{L} , используемых здесь в качестве столбцов. Тогда решение (9) для начального вектора $\vec{\rho}(0)$ дается формулой

$$\vec{\rho}(t) = U S U^{-1} \vec{\rho}(0), \quad S = \text{diag} \left\{ \exp(-i\varepsilon_1 t), \dots, \exp(-i\varepsilon_{d^2} t) \right\}, \quad (10)$$

где $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_{d^2}$ – собственные значения матрицы \tilde{L} (всего d^2). Следовательно, решение задачи сводится к нахождению собственных значений и векторов матрицы \tilde{L} , которое является гораздо менее затратной процедурой, чем численное интегрирование системы дифференциальных уравнений. Сложность вычислений определяется размером $d^2 \times d^2$ диагоналируемой матрицы \tilde{L} . Воспользовавшись результатами данного раздела, мы проведем анализ поведения диссипативной системы «ДКТ + МР + лазер» для нескольких случаев, важных в прикладном отношении.

3. Спектроскопический отклик системы в резонансном режиме и реализация инверсии кубита

Рассмотрим ситуацию, когда энергии возбужденных состояний КТ А и КТ В совпадают, то есть $\Delta_1 = 0$. В этом случае уровни $|A1\rangle$ и $|B1\rangle$ изолированных КТ активно гибридизируются за счет электронного туннелирования. Новые состояния $|+\rangle = (|A1\rangle + |B1\rangle)/\sqrt{2}$ и $|-\rangle = (|A1\rangle - |B1\rangle)/\sqrt{2}$, являющиеся собственными для гамильтониана ДКТ H_0 , имеют энергии $\varepsilon_+ = \varepsilon_{A1} - V$ и $\varepsilon_- = \varepsilon_{A1} + V$, соответственно. Выберем частоты лазера и МР так, что в ДКТ реализуется трехуровневая лямбда-схема электронных переходов, левое плечо которой отвечает переходу в КТ А под действием лазерного поля, а переход в правом плече вызывается квантовым полем МР. Будем говорить, что ДКТ находится в резонансном режиме, когда выполнено условие строгого двухфотонного резонанса с одним из гибридизированных возбужденных состояний ДКТ. Если в качестве такого состояния выбрано состояние $|+\rangle$, то данное условие записывается в виде двух равенств:

$$\Delta_B = -V, \quad \Delta_0 = -\Delta. \quad (11)$$

Чтобы ответить на вопрос, как система будет реагировать на внешнее излучение, вычислим вероятность ее возбуждения из основного состояния КТ А в пустом МР (т.е. из базисного состояния $|A0\rangle \otimes |0\rangle$), $P_{exc} = 1 - P_{A0,0}$, как функцию частоты лазера и одного из параметров ДКТ. Максимумы этой величины должны соответствовать минимумам спектра поглощения ДКТ, наблюдаемого экспериментально. Вероятность (заселенность) $P_{A0,0}$ отождествляется с соответствующим диагональным элементом матрицы плотности ρ , удовлетворяющей

уравнению (9). Выбирая амплитуду лазерного импульса достаточно малой, $\Omega_{A(B)} \leq \kappa$, а длительность его действия – большой, $T_L \geq 1/\Omega_{A(B)}$, мы определяем P_{exc} в установившемся (steady-state) режиме.

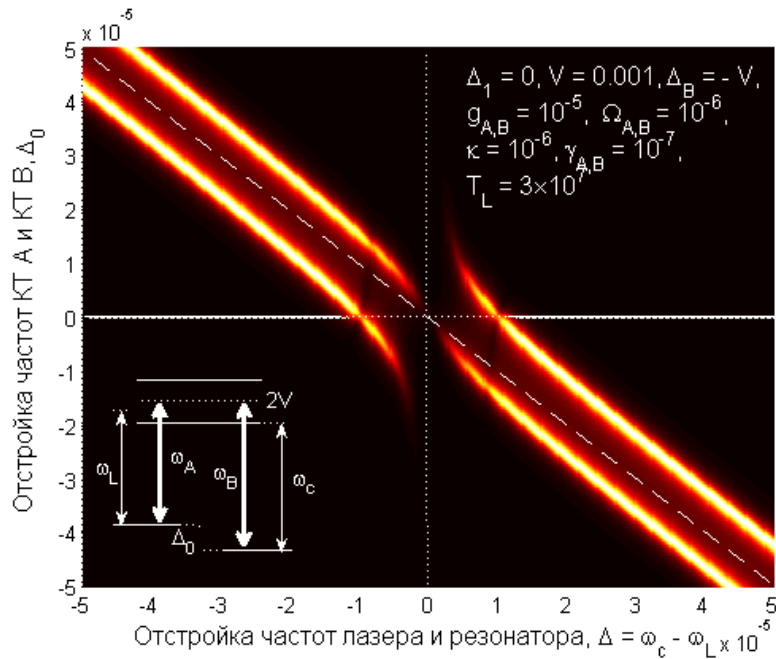


Рис. 2. Контурный график функции P_{exc} в координатах Δ и Δ_0 в установившемся резонансном однофотонном режиме. Схема уровней ДКТ показана в левом нижнем углу. Параметры ДКТ и полей приведены в правом верхнем углу. Диагональная пунктирная линия $\Delta_0 = -\Delta$ соответствует условию строгого резонанса (11) в обеих КТ.

Используя данные, полученные в ходе моделирования спектроскопического отклика системы (рис. 2), становится возможным определить набор параметров задачи, при которых реализация вентиля NOT происходит с наибольшей вероятностью.

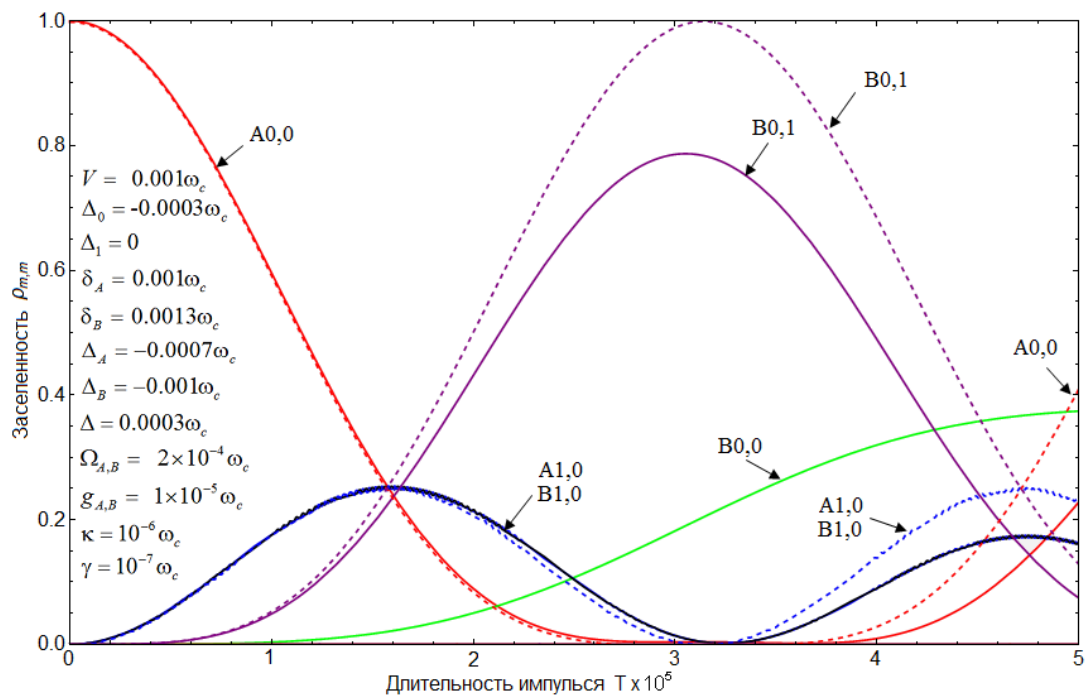


Рис. 3. Заселенность уровней ДКТ в резонансном режиме с учетом диссипации (жирная линия) и без нее (штрихованная линия).

Список параметров задачи приведен слева на рис. 3, в данном случае наблюдается строгий резонанс в обеих КТ, т.е. выполнено условие $\Delta_0 = -\Delta$. На начальном этапе эволюции электрон осциллирует, совершая затухающие циклические переходы Раби $|A0,0\rangle \leftrightarrow |+,0\rangle \leftrightarrow |B0,1\rangle$, описываемые трехуровневой лямбда-схемой. Так же стоит отметить синхронность заселения промежуточных состояний $|A1,0\rangle$ и $|B1,0\rangle$ (осцилляции меньшей амплитуды на рис. 3), которая объясняется высокой скоростью туннелирования между КТ по сравнению со скоростями обмена энергией между полями и ДКТ: $V \gg g_{A(B)}, \Omega_{A(B)}$ [8].

Как мы можем видеть из полученного графика (рис. 3), максимальная заселенность уровня $|B0,1\rangle$ при учете диссипативных эффектов составляет 0.79 при $T_L = 2\pi/\Omega_{A(B)} = \pi/g_{A(B)}$, что позволяет говорить о возможности реализации в системе с использованием ДКТ операции инверсии кубита. Для приведенных в п. 2 параметров получаем оценку $T_L \sim 1$ нс. В идеализированном случае, без учета некогерентного взаимодействия при той же конфигурации системы вентиль NOT реализуется с вероятностью близкой к 1.

4. Заключение

В данной работе мы моделируем и анализируем спектроскопический отклик полупроводниковой одноэлектронной ДКТ, взаимодействующей с квантовым полем микрорезонатора и лазерным импульсом с учетом диссипативных эффектов. Затем, основываясь на результатах спектроскопического исследования системы, производится подбор параметров, при которых возможна реализация однокубитного вентиля NOT с наибольшей вероятностью. Как было показано в данной работе, ДКТ под управлением полей лазера и микрорезонатора может быть использована для реализации квантовомеханической операции инверсии.

Работа поддержана Программой фундаментальных научных исследований ОНИТ РАН «Элементная база квантовых компьютеров» (проект 1.5).

Литература

1. Leggett A. J., Chakravarty S., Dorsey A. T., Fisher P. A., Anupam Garg, and Zwerger W. Dynamics of the dissipative two-state system // *Rev. Mod. Phys.* 1987. V. 59 P. 1.
2. Walls D.F., Milburn G. J. *Quantum Optics*. Springer, 2008.
3. Цуканов А.В. и Катеев И.Ю. Квантовые вычисления на квантовых точках в полупроводниковых микрорезонаторах. Часть I. // *Микроэлектроника*. 2014. Т. 43. С. 323.
4. Цуканов А.В. и Катеев И.Ю. Квантовые вычисления на квантовых точках в полупроводниковых микрорезонаторах. Часть II. // *Микроэлектроника*. 2014. Т. 43. С. 403.
5. Цуканов А.В. и Катеев И.Ю. Квантовые вычисления на квантовых точках в полупроводниковых микрорезонаторах. Часть III. // *Микроэлектроника*. 2015. Т. 44. С. 79.
6. Zibik E.A., Grange T., Carpenter B.A., Porter N.E., Ferreira R., Bastard G., Stehr D., Winnerl S., Helm M., Liu H.Y., Skolnick M.S., and Wilson L.R. Long lifetimes of quantum-dot intersublevel transitions in the terahertz range // *Nature Mat.* 2009. V. 8. P. 803.
7. Knap M., Arrigoni E., von der Linden W., and Cole J.H. Emission characteristics of laser-driven dissipative coupled-cavity systems // *Phys. Rev. B*. 2011. V. 83. №2. P. 023821.
8. Tsukanov A.V. Rabi oscillations in the four-level double-dot structure under the influence of the resonant pulse // *Phys. Rev. B*. 2006. V. 73. P. 085308.