

Спектральный анализ линейных моделей вязкоупругости

В. В. Власов, Н. А. Раутиан

Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова

Наши исследования направлены на изучение асимптотических и качественных свойств решений интегро-дифференциальных и уравнений с неограниченными операторными коэффициентами в гильбертовом пространстве методом спектрального анализа их символов. Главная часть рассматриваемых уравнений представляет собой абстрактное гиперболическое уравнение, возмущенное слагаемыми, содержащими вольтерровы интегральные операторы. Указанные интегро-дифференциальные уравнения являются обобщенными линейными моделями вязкоупругости, диффузии и теплопроводности в средах с памятью (уравнение Гуртина-Пипкина см. [1], [2]) и имеют ряд других важных приложений. В частности, эти уравнения могут быть реализованы в виде следующей системы интегро-дифференциальных уравнений в частных производных

$$\rho \ddot{u}(x, t) - Lu(x, t) + \int_0^t \Gamma_1(t-s)L_1 u(x, s) ds + \int_0^t \Gamma_2(t-s)L_2 u(x, s) ds = f(x, t),$$

где $u = \vec{u}(x, t) \in \mathbb{R}^3$ - вектор перемещений вязкоупругой наследственной изотропной среды, среда заполняет ограниченную область $\Omega \subset \mathbb{R}^3$ с достаточно гладкой границей $\partial\Omega$, $x \in \Omega$, $t > 0$, $\rho > 0$ - постоянная плотность, коэффициенты Ламе λ, μ - положительные постоянные, $Lu = (L_1 + L_2)u = \mu \cdot (\Delta u + \text{grad div} u) + \lambda \cdot \text{grad div} u$ - оператор Ламе теории упругости, Γ_1, Γ_2 - функции релаксации, характеризующие наследственные свойства среды, представимые рядами убывающих экспонент с положительными коэффициентами.

Проводится спектральный анализ оператор-функций, являющихся символами указанных интегро-дифференциальных уравнений, получены результаты о структуре и локализации их спектра. Эти результаты являются обобщением результатов, опубликованных в работах [3] - [6].

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 14-01-00349а, 13-01-00384а).

Литература

1. *Gurtin M. E., Pipkin A. C.* General theory of heat conduction with finite wave speed. - Arch. Rat. Mech. Anal. - 1968. – Т.31. - P. 113 - 126.
2. *Miller R. K.* An integrodifferential equation for rigid heat conductors with memory. - J. Math. Anal. Appl. - 1978. – Т.66. - P. 313 - 332.
3. *Власов В. В., Медведев Д. А., Раутиан Н. А.* Функционально-дифференциальные уравнения в пространствах Соболева и их спектральный анализ. Под редакцией В. А. Садовниченко. Современные проблемы математики и механики. - Том VIII. Математика. Выпуск 1. - М.: Издательство МГУ имени М.В. Ломоносова. – 2011 - 308с.
4. *Власов В. В., Медведев Д. А.* Функционально-дифференциальные уравнения в пространствах Соболева и связанные с ними вопросы спектральной теории. - Современная математика. Фундаментальные направления. - 2008. – Т.30. - С. 3-173.
5. *Власов В. В., Раутиан Н. А., Шамаев А. С.* Спектральный анализ и корректная разрешимость абстрактных интегродифференциальных уравнений, возникающих в теплофизике и акустике. - Современная математика. Фундаментальные направления. - 2011. – Т.39. - С. 36 - 65.
6. *Vlasov V. V., Rautian N. A.* Spectral Analysis and Representations of Solutions of Abstract Integro-differential Equations in Hilbert Space, Operator Theory: Advances and Applications. – 2013. – V. 236 – P. 519-537. Springer Basel AG.