

## Разработка эффективных методов решения уравнения для давления в задаче течения многофазной жидкости в трещине гидроразрыва

*Н.В. Мутовкин*<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Московский научно-исследовательский центр Шлюмберже, Москва

<sup>2</sup>Московский Физико-Технический Институт, Москва

Рассматривается задача многофазного течения суспензии в трещине гидроразрыва. Модель этого течения содержит нелинейное эллиптическое уравнение для давления с сильно неоднородными по пространству коэффициентами [1], решение которого является наиболее трудоемкой частью задачи. Представлены результаты по методам решения линеаризованного эллиптического уравнения и исходного нелинейного уравнения.

Многосеточный метод (МСМ) для решения линеаризованного уравнения был рассмотрен в [2]. Дальнейшие исследования показали высокую чувствительность алгоритма к типу оператора интерполяции с грубой сетки на мелкую. Были изучены как стандартный оператор (симметричный по всем направлениям), так и различные варианты операторов, зависящих от коэффициентов разностного эллиптического уравнения, см. [3]. Сравнение этих вариантов операторов интерполяции проводилось на модельных и на реальных задачах. На Рис. 1а изображено распределение разрывного коэффициента в области, соответствующее одной из реальных задач, а на Рис. 1б – скорость сходимости МСМ в зависимости от типа операторов интерполяции – симметричного (**S**) и трех операторов, зависящих от коэффициента (**YX**, **XY**, **MD**).

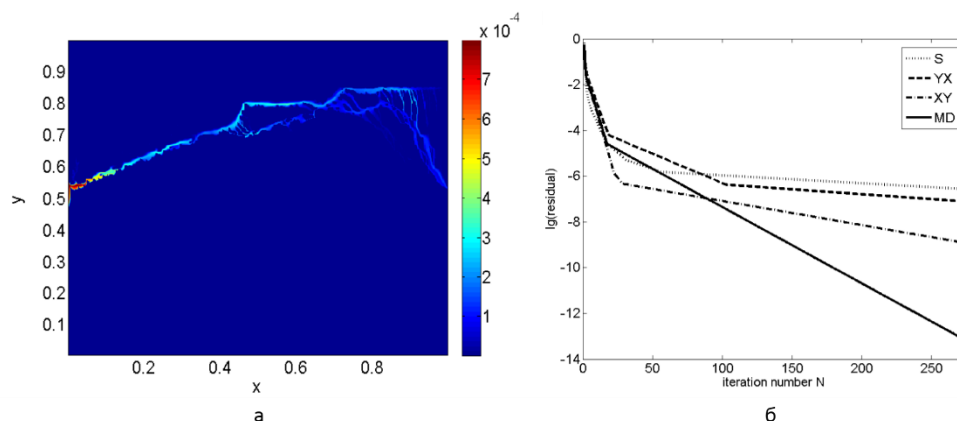


Рис. 1 Распределение коэффициента в уравнении для давления (а), зависимость невязки от номера итерации МСМ для различных операторов интерполяции (б)

Другим объектом исследования в данной работе явилась нелинейная задача, имитирующая задачу для давления, с коэффициентом следующего вида:

$$k(x, y, u) = k_0(x, y)(1.1 - 3\Phi + 4\Phi^3)$$
$$\Phi = \Phi(u) = \frac{\alpha c}{|\nabla u| + c}, \quad c = \max(|\nabla u|)$$

Она решалась методом простой итерации с применением МСМ на каждом линейном шаге. Изучение влияния параметра нелинейности  $\alpha$  на сходимость нелинейных итераций показало, что при значениях  $\alpha$  близких к единице (сильно нелинейная задача) процесс может сходиться не к ожидаемому решению (в отличие от слабо нелинейной задачи при  $\alpha$  близких к нулю). При промежуточных значениях  $\alpha$  порядка 0.6 - 0.8 итерационный процесс приобретает колебательный характер, т.е. решение не определено. Применение так называемых взвешенных итераций, что соответствует методу градиентного спуска, не смогло устранить проблему со сходимостью, но позволило ее ускорить.

В докладе приводится описание и сравнение рассмотренных подходов, анализ численных экспериментов и обсуждение следующих шагов по повышению надежности и эффективности метода решения нелинейной задачи для давления

#### Литература

1. Боронин С.А., Осипцов А.А. Влияние миграции частиц на течение суспензии в трещине гидроразрыва // Механика жидкости и газа, № 2, 2014. С. 80-94.
2. Мутовкин Н.В. Софронов И.Л. Исследование многосеточного метода в применении к решению задачи для давления при моделировании течений в трещинах.: материалы 57-ой научной конференции МФТИ. М. 2014.
3. P.M. De Zeeuw. Matrix-dependent prolongations and restrictions in a blackbox // Journal of Computational and Applied Mathematics, No. 33, 1990. pp. 1-27.