

ДВИЖЕНИЕ ЭЛЕКТРОНОВ В 3-МЕРНОМ ПОЛЕ ОНДУЛЯТОРА

М. А. Галченкова¹, Н. В. Смоляков^{1,2}

¹ Московский физико-технический институт
(государственный университет), galchenkova_mari@mail.ru

² НИЦ Курчатовский Институт, smolyakovnv@mail.ru

При анализе динамики пучка электронов в накопительных кольцах ондуляторы обычно заменяют эквивалентными квадрупольными линзами. Фокусирующие свойства магнитных полей ондуляторов подробно рассмотрены в [1 - 5]. При этом проводится усреднение по быстрым осцилляциям электрона в ондуляторе, что имеет свои недостатки. В данной работе получены решения уравнений движения без усреднения осцилляций электрона в магнитном поле ондулятора.

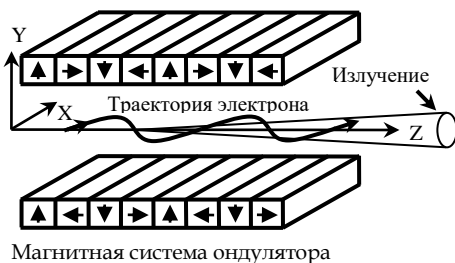


Рис. 1.
Принципиальная
схема генерации
излучения в
ондуляторе на
постоянных магнитах.

Рассмотрим плоский ондулятор с магнитным полем вида (рис. 1):

$$B_x(x, y, z) = -(k_x/k_y)B_0 \sin(k_x x) \sinh(k_y y) \sin(k_z z), \quad (1)$$

$$B_y(x, y, z) = B_0 \cos(k_x x) \cosh(k_y y) \sin(k_z z), \quad (2)$$

$$B_z(x, y, z) = (k_z/k_y)B_0 \cos(k_x x) \sinh(k_y y) \cos(k_z z), \quad (3)$$

где $k_x = 1/a$, $k_z = 2\pi/\lambda_u$, $k_y = \sqrt{k_x^2 + k_z^2}$, λ_u - длина периода ондулятора. Параметр a задает степень неоднородности поля вдоль оси X и по порядку величины равен ширине полюсов ондулятора.

Мы будем использовать точные уравнения для траекторий [6]:

$$x'' = -q\sqrt{1+(x')^2+(y')^2} \left\{ (1+(x')^2)B_y - y'B_z - x'y'B_x \right\}, \quad (4)$$

$$y'' = q\sqrt{1+(x')^2+(y')^2} \left\{ (1+(y')^2)B_x - x'B_z - x'y'B_y \right\}, \quad (5)$$

где $q = e/(mc^2\beta\gamma)$, β и γ - приведенные скорость и энергия частицы.

Величины x' , y' , $k_x x$ и $k_y y$ малы по абсолютной величине. Поэтому нелинейную систему дифференциальных уравнений (4) и (5) можно разложить по малым параметрам, а затем решить методом теории возмущений. В результате получим следующие выражения:

$$\begin{aligned} x'(z) = & \theta_x - \tilde{K} \cos \varphi + \tilde{x}_0 \omega_x^2 \varphi + 0.5 \theta_x \omega_x^2 \varphi^2 + \left(\tilde{K}/2A^2 \right) (\tilde{x}_0 + \theta_x \varphi)^2 \cos \varphi - \\ & - \left(\omega_y^2 / \tilde{K} \right) (\tilde{y}_0 + y'_0 \varphi)^2 \cos \varphi - \left(\tilde{K}/A^2 \right) (\tilde{x}_0 + \theta_x \varphi) (\theta_x + 0.5 \tilde{K} \cos \varphi) \sin \varphi - \\ & - \left(0.5 \tilde{K}/A^2 \right) \tilde{x}_0^2 + \left(\omega_y^2 / \tilde{K} \right) \tilde{y}_0^2 + \left(\tilde{K}/A^2 \right) (\tilde{y}_0 + y'_0 \varphi) y'_0 \sin \varphi + \\ & + 0.5 \tilde{K} \theta_x^2 (3 + 2/A^2) (1 - \cos \varphi) + 0.5 \tilde{K} (y'_0)^2 (1 - 2/A^2) (1 - \cos \varphi) - \\ & - 0.5 \tilde{K}^2 \theta_x (3 - 0.5/A^2) \sin^2 \varphi + 0.375 \tilde{K}^3 (1 - 1/A^2) (1 - \cos \varphi) + \\ & + 0.125 \tilde{K}^3 (1 + 1/(3A^2)) (1 - \cos 3\varphi), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y'(z) = & y'_0 - \tilde{y}_0 \omega_y^2 \varphi - 0.5 y'_0 \omega_y^2 \varphi^2 - \left(\tilde{K}/A^2 \right) (\tilde{x}_0 + \theta_x \varphi) (\tilde{y}_0 + y'_0 \varphi) \cos \varphi + \\ & + \left(\tilde{K}/A^2 \right) \tilde{x}_0 \tilde{y}_0 + \left[\left(\tilde{K}/A^2 \right) (\tilde{x}_0 + \theta_x \varphi) y'_0 + \tilde{K} (1 + 1/A^2) \theta_x (\tilde{y}_0 + y'_0 \varphi) \right] \sin \varphi - \end{aligned}$$

$$-0.5\tilde{K}^2(1-1/A^2)(\tilde{y}_0 + y'_0\varphi)\sin\varphi\cos\varphi - 2(\tilde{K}/A^2)\theta_x y'_0(1-\cos\varphi) - 0.5\omega_y^2 y'_0 \sin^2\varphi,$$

где $\varphi = k_z z$, $K = \frac{eB_0\lambda_u}{2\pi mc^2}$ - параметр ондуляторности, $\tilde{K} = \frac{K}{\beta\gamma}$,

$$A = k_z a, \quad \tilde{x}_0 = k_z x_0, \quad \tilde{y}_0 = k_z y_0, \quad \theta_x = x'_0 + \tilde{K}, \quad \omega_x = (\tilde{K}/\sqrt{2}A),$$

$$\omega_y = (\tilde{K}/\sqrt{2})\sqrt{1+1/A^2}.$$

Интегрируя выражения для $x'(z)$ и $y'(z)$ по продольной координате z , получим соответствующие выражения для поперечных координат $x(z)$ и $y(z)$. Сравнение полученных выше аналитических выражений с результатами численных расчетов траекторий электрона в магнитном поле (1) - (3) показывает их хорошую точность.

Работа выполнена при поддержке Министерства образования и науки, соглашение № 14.587.21.0001, уникальный идентификатор научных исследований RFMEFI58714X0001.

Литература.

- [1] L. M. Barkov et al., Nucl. Instr. and Methods, Vol.152, p. 23 (1978).
- [2] R. P. Walker, Nucl. Instr. and Methods, Vol. 214, p. 497 (1983).
- [3] E. T. Scharlemann, J. Appl. Phys., Vol. 58 (6), p. 2154 (1985).
- [4] N.V. Smolyakov, Nucl. Instr. and Methods, Vol. A 308, p. 83 (1991).
- [5] N.V. Smolyakov, Sov. Phys. Tech. Phys., Vol. 37, p. 309 (1992).
- [6] K. Steffen, Proc. CAS CERN Accelerator School 90-03, p.

1 (1989)