

Метод аппроксимации решений уравнения Пуассона, основанный
на координатах средних значений в применении к
бесшовному клонированию изображений

М.О. Казначеева

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Для решения уравнения Пуассона в замкнутой двумерной области используется подобный гармоническим функциям интерполянт значений этой функции вдоль границы области. Именно, вводятся координаты средних значений, которые мотивированы теоремой о средних значениях гармонических функций [1]. Эти координаты аппроксимируют решение задачи интерполяции границы, подобное гармоническим функциям.

Для замкнутой двумерной кусочно-линейной границы (с упорядочением против часовой стрелки) $\partial P = \{\mathbf{p}_0, \mathbf{p}_1, \dots, \mathbf{p}_m = \mathbf{p}_0\}, \mathbf{p}_i \in \mathbb{R}^2$ координаты средних значений точки $\mathbf{x} \in R^2$ по отношению к границе ∂P даются формулой

$$\lambda_i(\mathbf{x}) = \frac{w_i}{\sum_{j=0}^{m-1} w_j}, i = \overline{0, (m-1)}, \text{ где } w_i = \frac{\text{tg}(\alpha_{i-1}/2) + \text{tg}(\alpha_i/2)}{\|\mathbf{p}_i - \mathbf{x}\|} \text{ и } \alpha_i - \text{угол } \sphericalangle \mathbf{p}_i, \mathbf{x}, \mathbf{p}_{i+1}.$$

Использование метода координат является выгодным с точки зрения скорости, простоты реализации, небольшого объема требуемой памяти, параллелизуемости, возможностью клонирования крупных объектов в режиме реального времени.

В данной работе введен основанный на координатах подход, который выполняет без швов клонирование исходного изображения внутрь целевого и является важной и полезной функцией редактирования изображений, которая подверглась значительным исследованиям в последние годы [2].

Когда выполняется клонирование на основе решения уравнения Пуассона, как правило, решается уравнение Пуассона, где градиенты внутри клонируемой области происходят из куска изображения источника, и граничные условия Дирихле предписываются целевым изображением. В исследовании демонстрируется ряд экспериментов, а также расширений для метода на основе координат.

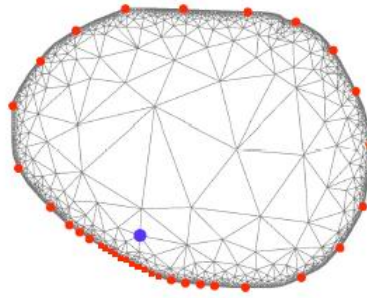


Рис.1. Пример адаптивной треугольной сетки. Точки на границе отмечают положения выбранных граничных вершин, а жирная точка отмечает внутреннюю вершину сетки.

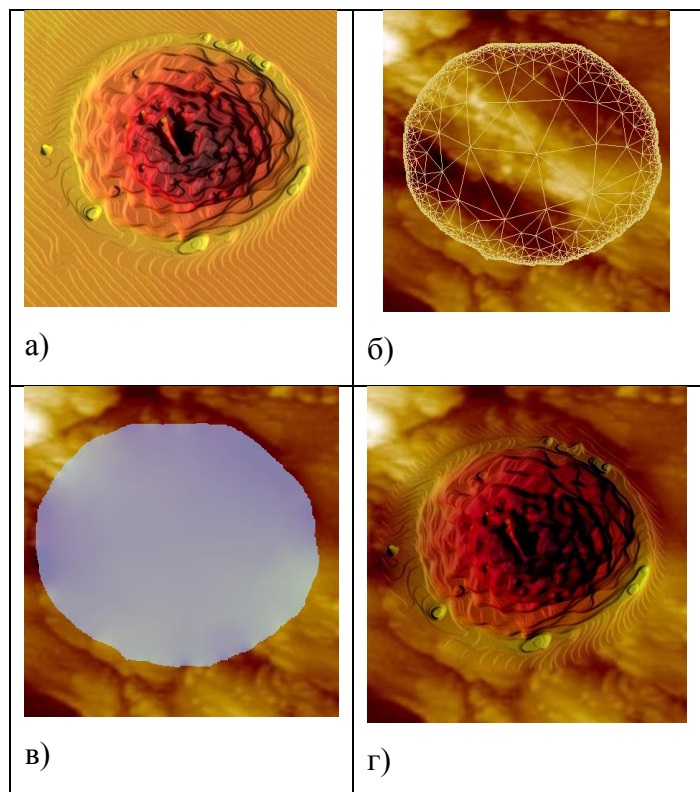


Рис.2. Нано изображение кристалла сапфира на металлической подложке: а) источник; б) адаптивная треугольная сетка на изображении поверхности платины; в) гладкая мембрана поверх изображения; г) композиция посредством алгоритма координат средних значений.

Литература

1. Floater M. S. Mean value coordinates. – Comput. Aided Geom. – Des. 2003. – V. 20, N 1. – P. 19–27.
2. Farbman Z., Hoffer G., Lipman Y., Cohen-Or D., Lischinski D. Coordinates for instant image cloning. – ACM Transactions on Graphics (Proc. of ACM SIGGRAPH 2009). – Aug. 2009. – V. 28, N 3. Article N 67. – P. 9.