УДК 519.179.1

Число независимости случайного разреженного гиперграфа

А.С. Семёнов[1,2]

[1]Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова

[2]Московский физико-технический институт (государственный университет)

В работе рассматривается задача о числе независимости случайного гиперграфа в модели Эрдёша-Реньи. Исследуется асимптотика отношения числа независимости к числу вершин гиперграфа при их стремлении к бесконечности. Оказывается, в случае, когда вероятность появления ребра в гиперграфе мала, данное отношение может быть вычислено. Для получения данного результата используется жадный алгоритм поиска числа независимости и доказательство того, что данный алгоритм оптимален. Основным результатом работы являются две следующие теоремы.

Пусть $H=H(n,k,p)$ - k-однородный случайный гиперграф модели Эрдёша-Реньи на n вершинах, в котором $p = c / C_{n-1}^{k-1}$, $c>0$ - константа. Числом независимости $\alpha_k(H)$ будем называть размер максимального подмножества вершин гиперграфа, никакие k из которых не принадлежат одному ребру.

Теорема 1.

Для любого $k > 2$ существует следующий предел

$$\lim_{n\to\infty} \frac{E[\alpha_k(H(n,k,p))]}{n}.$$

Теорема 2.

Пусть $c < 1/(k-1)$. Тогда для любого $k > 2$ предел в теореме 1 может быть вычислен следующим образом

$$\lim_{n\to\infty} \frac{E[\alpha_k(H(n,k,p))]}{n} = L + \frac{c(k-1)L^k}{k},$$

где L – это решение уравнения $L - \exp\left(-cL^{k-1}\right) = 0$.

Данные теоремы обобщают аналогичный результат для случайных графов в работах [1], [2].

Литература

[1]. M. Bayati, D. Gamarnik, and P. Tetali. *Combinatorial approach to the interpolation method and scaling limits in sparse random graph*, The Annals of Probability, т. 41, №6, 2013, с. 4080-4115.

[2]. R. Karp and M. Sipser. *Maximum matchings in sparse random graphs*, 22^{nd} Annual Symposium on Foundation of Computer Science, 1981, c. 364-375.