УДК 519.63

Повышение точности конечно-разностных SBP схем вблизи границы

Довгилович Л.Е.[2], Максютов Р.Г.[1], Софронов И.Л.[1,2]

[1]Московский физико-технический институт (ГУ), Москва

[2]Московский научно-исследовательский центр Шлюмберже, Москва

Для экономного решения волновых задач разностными методами, например, при сейсморазведке, необходимо применять схемы высокого порядка точности по пространству. В [1], [2] предложен ряд таких схем на основе метода суммирования по частям (SBP) [3, 4].

Однако ограничения, налагаемые SBP, вызывают падение порядка точности схем вблизи границы: со значений P=4, 6, 8 внутри области до значений P/2=2, 3, 4 в приграничных узлах, соответственно. Мы предлагаем модификацию указанных схем путем сдвига некоторого числа приграничных узлов по отношению к исходной равномерной сетке. Сдвигаются первый, второй и вплоть до (P/2-1)-го узлы для увеличения точности. Величины сдвигов и коэффициенты этих разностных схем находятся путем минимизации некоторого целевого функционала, отвечающего за ошибку аппроксимации схемы на полиномах Чебышева до порядка P включительно.

Разработан и реализован соответствующий алгоритм получения разностных SBP схем на неравномерной сетке вблизи границы. Например, при P=8 и шагами сетки у границы $h_1 = 0.44h, h_2 = 0.94h, h_3 = 1.06h$ (далее идет равномерная сетка с шагом h внутри области) точность новой схемы повысилась примерно в 1000 раз по сравнению с исходной схемой на равномерной сетке $h_1 = h_2 = h_3 = h$. Кроме того, введение сдвигов позволило построить SBP схемы с порядком P=10, 12, что было невозможно на равномерной сетке.

В докладе представлена теория предложенного подхода, дается описание алгоритма и приводятся результаты численных экспериментов по исследованию точности полученных разностных схем на тестовых задачах для волнового уравнения.

Литература

1. *Довгилович Л.Е, Софронов И.Л.* Конечно-разностный метод высокого порядка точности расчета волновых полей в анизотропных средах // Технологии Сейсморазведки. — 2013. — № 2. — С. 24–30
2. *L. Dovgilovich, I. Sofronov,* High-accuracy finite-difference schemes for solving elastodynamic problems in curvilinear coordinates within multiblock approach. Applied Numerical Mathematics. – 2015 – Vol. 93 – P. 176-194
3. *Strand Bo.* Summation by Parts for Finite Difference Approximations for d/dx //Journal of Computional Physics. – 1994. – Vol. 110, no.1 – P. 47-67
4. *Mattsson Ken.* Summation by parts operators for finite difference approximations of second derivatives with variable coefficients // Journal of Scientific Computing. – 2012. – Vol.51, no. 3. – P. 650-682.