УДК 539.171.11

Асимптотика бинарной амплитуды для модельного уравнения Фаддеева

П.А. Белов

Санкт-Петербургский государственный университет

Основным подходом для описания процессов нейтрон-дейтронного рассеяния при энергиях выше порога развала является использование уравнений Фаддеева [1] для компонент трехчастичной волновой функции в конфигурационном пространстве. В этом случае, компонента Фаддеева включает в себя вклады бинарного канала и канала развала [2]. В работе [3] построено представление для компоненты Фаддеева, в котором вклады бинарного канала и канала развала ортогонализованы. Показано, что амплитуда развала может быть найдена из сравнения численного решения граничной задачи и асимптотики компоненты Фаддеева в этом представлении. Краевое условие для данной задачи должно быть поставлено на большом расстоянии от начала координат.

В данной работе исследуется поведение амплитудной функции бинарного канала в зависимости от расстояния, на котором задаются граничные условия. Если граничные условия задаются на бесконечности, то амплитудная функция равна бинарной амплитуде. В работе, как аналитически, так и численно исследуется граничная задача, определяемая модельным уравнением [4]

$$\left(-\frac{\partial^2}{\partial x^2}-\frac{\partial^2}{\partial y^2}+V(x)-E\right)U(x,y)=V(x)Q(x,y)$$

для радиальной части компоненты Фаддеева волновой функции, в котором известная функция $Q(x,y)$ заменяет интегральный член в правой части уравнения. Данная функция моделирует асимптотическое при $y\to\infty$ убывание интегрального члена $\sim y^{-3/2}$. Асимптотика модельной компоненты Фаддеева, при стремлении гиперрадиуса $\rho=\left(x^2+y^2\right)^{1/2}$ к бесконечности, дается формулой

$$\varphi(x)\left[\sin qy+a_0(q)\exp iqy\right]+A(\theta,E)\frac{\exp i\sqrt{E}\rho}{\sqrt{\rho}},$$

где $a_0(q)$ и $A(\theta,E)$ являются бинарной амплитудой и компонентой Фаддеева амплитуды развала соответственно. Энергия E и относительный импульс нейтрона q связаны с энергией ε основного состояния двухчастичной подсистемы соотношением $q^2=E-\varepsilon$. Соответствующая волновая функция $\varphi(x)$ удовлетворяет двухчастичному уравнению Шредингера

$$\left(-\frac{d^2}{dx^2}+V(x)\right)\varphi(x)=\varepsilon\varphi(x).$$

Исследование модельного уравнения позволяет аналитически найти асимптотику при $y\to\infty$ амплитудной функции бинарного канала

$$a_0(q,y)=-\frac{1}{q}\int_0^y dy'\sin qy'\int_0^\infty dx'\varphi(x')Q(x',y'),$$

и, тем самым, получить поведение амплитудной функции в зависимости от верхнего предела интегрирования y.

Аналитические результаты подтверждаются численными экспериментами. Численное решение граничной задачи, определяемой модельным уравнением и асимптотическим граничным условием, основывается либо на конечно-разностной аппроксимации вторых производных на равномерных сетках, либо на представлении искомой функции в виде линейной комбинации эрмитовых кубических сплайнов [5]

$$U(x,y)=\sum_{i=0}^{Nx}H_i(x)\sum_{j=0}^{Ny}H_j(y)\,c_{ij}.$$

Система линейных алгебраических уравнений во втором случае возникает после дискретизации задачи методом ортогональных коллокаций с двумя гауссовыми узлами на каждом сеточном интервале.

Полученные аналитические формулы для асимптотики амплитудной функции бинарного канала показывают слабую сходимость амплитудной функции к постоянному значению при $y\to\infty$. Более того, численные результаты демонстрируют осцилляции амплитудной функции, которые затухают только на бесконечности. Сходимость к бинарной амплитуде достигается при значении гиперрадиуса $\rho\sim 1500$ фм.

Литература

1. *Фаддеев Л.Д., Меркуриев С.П.* Квантовая теория рассеяния для систем нескольких частиц. – М.: Наука, 1985. – 400 с.
2. *Merkuriev S.P., Gignoux C., Laverne A.* Three-body scattering in configuration space // Annals of Physics – 1976. – V. 30, N 1. – P. 30–71.
3. *Белов П.А., Яковлев С.Л.* Асимптотический метод нахождения амплитуды трехчастичного развала: n-d рассеяние // Ядерная физика – 2013. – Т. 76, № 2. – С. 153–166.
4. *Payne G.L., Gloeckle W., Friar J.L.* Boundary conditions for three-body scattering in configuration space // Phys. Rev. C. – 2000. – V. 61. – P. 024005.
5. *Prenter P.M.* Splines and variational methods. – New York: Wiley, 1989. – 334 с.