

Параметры CP-нарушения в нейтринном секторе модели иерархии фермионных масс с двумя дополнительными измерениями.

В.В. Мицук^{1,2}

1) Институт ядерных исследований РАН

2) Московский физико-технический институт (государственный университет)

УДК 539.12.01

Введение

В данной работе рассматривается проблема описания нарушения CP-инвариантности в слабых взаимодействиях в теории иерархии фермионных масс с двумя дополнительными измерениями. В названной теории рассматривается $(5+1)$ -мерное пространство, в котором существует только одно поколение фермионов. Рассматриваются фермионы, локализованные на топологическом солитоне — вихре, что дает возможность получить 3 поколения фермионов в эффективной $(3+1)$ -мерной теории. Благодаря дополнительным компонентам спиноров, мы можем получить в эффективной четырехмерной теории комплексную фазу, отвечающую за нарушение CP-инвариантности. Это означает, что многомерная модель с одним поколением феноменологически применима. В данной работе мы рассмотрим проблему получения фазы, ответственной за нарушение CP-симметрии в слабых взаимодействиях на примере лептонов (нейтрино и заряженных лептонов) в теории с двумя дополнительными измерениями. Сама теория и связанные с ней вопросы изложены в работах [3–19].

Фазы нарушения CP-инвариантности в случае теории с двумя дополнительными измерениями на примере лептонов

Приведем обозначения и основные определения теории с двумя дополнительными измерениями. Воспользуемся материалом статьи [19]. Мы рассматриваем компактификацию на сфере радиуса R , дополнительные измерения задаются полярным и азимутальным углами $0 < \theta < \pi$, $0 < \phi < 2\pi$ со-

ответственно. Запишем шестимерные восьмикомпонентные спиноры для лептонов и члены лагранжиана, зависящие от этих спиноров (приписав соответствующие фазы компонентам спиноров и полям).

Основные обозначения и определения в рассматриваемой теории таковы [19]:

1) Поля: Φ , поле Хиггса H , X .

$$\Phi e^{i(\phi-\phi_0)} = F(\theta)e^{i(\phi-\phi_0)}, \quad F(0) = 0, \quad F(\pi) = v; \quad H e^{i\alpha_H} = H(\theta)e^{i\alpha_H}, \quad H_i(0) = \delta_{2i}v_H, \quad H(\pi) = 0, \quad \tilde{H}_i = \epsilon_{ij}H_j;$$

$$X e^{i\alpha_X} = X(\theta)e^{i\alpha_X}, \quad X_i(0) = \delta_{2i}v_X, \quad X(\pi) = 0;$$

2) Спиноры [19]: SU(2)-дублеты лептонов $L(k; r, \phi)$, SU(2)-синглеты заряженных лептонов $E(k; r, \phi)$, SU(2)-синглеты нейтрино $N(k; r, \phi)$.

3) Слагаемые лагранжиана, интересующие нас при рассмотрении лептонов и юкавские константы:

$$Y'_1 H X^* \Phi \bar{L}_+ E_-, \quad Y'_e H \bar{L}_+ E_-, \quad Y'_n \tilde{H} \bar{L}_- N_+, \quad Y'_3 \tilde{H} X \Phi^* \bar{L}_- N_+, \quad Y'_4 \tilde{H} (X^*)^4 \Phi \bar{L}_+ N_-, \quad \frac{M}{2} \bar{N}^c N + h.c.,$$

$$Y'_n = Y_d e^{i\alpha_n}, Y'_e = Y_u e^{i\alpha_e}, Y'_i = Y_i e^{i\alpha_i}, \quad i = 1, 2, 3, 4.$$

Получим массовые матрицы для заряженных лептонов (1) и нейтрино (2), (3):

$$m_{1pa} = \int d\phi d\theta Y'_1 H X^* \Phi \bar{L}_+ E_-, \quad m_{2pa} = \int d\phi d\theta Y'_e H \bar{L}_+ E_-. \quad (1)$$

$$m_{3pa} = \int d\phi d\theta Y'_n \tilde{H} \bar{L}_- N_+, \quad m_{4pa} = \int d\phi d\theta Y'_3 \tilde{H} X \Phi^* \bar{L}_- N_+, \quad m_{5pa} = \int d\phi d\theta Y'_4 \tilde{H} (X^*)^4 \Phi \bar{L}_+ N_-, \quad (2)$$

$$m_{7pa} = \int d\phi d\theta \frac{M}{2} \bar{N}^c N. \quad (3)$$

Используем теорему о диагонализации матрицы MM^+ , где M – массовая матрица (Теорема звучит следующим образом: Если матрица является эрмитовой и положительно определенной, то она может быть диагонализирована унитарной матрицей S). После нахождения S мы получим матрицу смешивания по формуле $U_{PMNS} = S_L^+ S_N$. Для того, чтобы найти собственные числа и собственные векторы матрицы MM^+ , используем методы теории возмущений. Находим матрицу смешивания в первом порядке теории возмущений (σ – малый параметр):

$$U^{PMNS} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \sigma r_3 e^{i\gamma} \\ \sigma r_1 e^{i\alpha} & \sigma r_2 e^{i\beta} & 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \sigma r_4 e^{i\omega} \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где $r_3 e^{i\gamma} = -(e^{iF} + 1)$, $r_4 e^{i\omega} = (1 - e^{-iH})$, $r_1 e^{i\alpha} = (\sqrt{2} + (e^{-iF} - e^{iH}))$, $r_2 e^{i\beta} = (e^{-iF} + e^{iH})$. Рассмотрим фазовые вращения, аналогичные фазовым вращениям в случае слагаемых лагранжиана

Стандартной модели, которые дадут нам возможность избавиться от некоторых фаз в матрице U^{PMNS} (но необходимо учесть, что часть этих фаз мы уже открутили тем, что не приписали произвольных фаз каждому собственному вектору, когда находили диагонализующие матрицы):

$$U^{PMNS} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \sigma r_3 e^{-i\delta(F,H)} \\ \sigma r_1 e^{if_1(F,H)} & \sigma r_2 e^{if_2(F,H)} & 1 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \sigma r_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\omega} \end{pmatrix} = U_1 U_2, \quad (5)$$

Из условий унитарности матрицы U_1 можно получить: $f_1 = f_2 = \delta$. Именно фазы δ и ω отвечают за нарушение CP-инвариантности для нейтрино и заряженных лептонов. Теперь мы можем оценить углы смешивания, занулив все фазы в полученной нами PMNS-матрице и воспользовавшись формулой (4.9) из статьи [13], и изучить происхождение дираковской фазы δ и майорановских фаз λ_1 и λ_2 :

$$c_{12} \simeq \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad c_{23} \sim \sigma, \quad c_{13} \sim 1, \quad s_{13} \sim \sigma, \quad s_{12} \simeq \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (\theta_{12} \simeq \frac{\pi}{4}), \quad s_{23} \sim 1$$

$$\delta = \gamma - \omega = \arctg \frac{\sin F + k_1 \sin A}{\cos F + k_1 \cos A} - \omega, \quad f_1 = f_2 = \delta, \quad \lambda_1 = 0, \quad \lambda_2 = \omega = \arctg \frac{-k_2 \sin D + \sin H}{k_2 \cos D - \cos H}.$$

Здесь использованы обозначения $F = p - z_N$, $H = q_N - v$, $A = x - y$, $D = z - w$, где $p, z_N, q_N, v, x, y, z, w$ – фазы массовых матриц для заряженных лептонов и нейтрино. Мы видим, что фазы в PMNS-матрице произвольны (кроме λ_1), их нельзя зафиксировать, так как они зависят от произвольных фаз полей, спиноров и юкавских констант. Кроме того, мы можем оценить массы заряженных лептонов и нейтрино, благодаря формуле для собственных чисел во втором порядке теории возмущений: $m_1 = 1$, $m_2 = 1$, $m_3^2 = 2\sigma$. Запишем значение параметра $m_{\beta\beta}$: $m_{\beta\beta} = m_1 \cos^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{13} + m_2 e^{2i\lambda_1} \sin^2 \theta_{12} \cos^2 \theta_{13} + m_3 e^{2i(\lambda_2 - \delta)} \sin^2 \theta_{13} = 1 + 2\sigma^3 e^{2i(\lambda_2 - \delta)}$.

Заключение и выводы

В работе нами изучена проблема нарушения CP-инвариантности в слабых взаимодействиях. Рассмотрение было проведено на примере трех поколений лептонов. Получены следующие результаты:

1) Мы получили массовые матрицы для заряженных лептонов и нейтрино и матрицу смешивания для лептонов в модели с двумя дополнительными измерениями.

2) Мы изучили PMNS-матрицу в первом и втором порядке теории возмущений в той же модели. Мы выяснили, что в первом порядке теории возмущений из матрицы смешивания фазовыми вращениями фермионов устраняются все комплексные фазы, кроме двух, которые и отвечают за нарушение CP-инвариантности. Мы можем проследить происхождение этих фаз от фаз юкавских констант, полей, присутствующих в теории с двумя дополнительными измерениями, а также от фаз фермионов.

Полученные результаты открывают возможность провести дальнейшее исследование механизма CP-нарушения в рассматриваемой теории, а также рассмотреть некоторые другие важные вопросы этой теории [5, 13–15, 19].

Благодарности

В заключение автор хотел бы выразить глубокую благодарность Троицкому Сергею Вадимовичу за руководство научной работой и всестороннюю помощь; Либанову Максиму Валентиновичу за плодотворное обсуждение работы; Бережному Виктору Арсентьевичу за помощь в организации научной работы; руководству и всем преподавателям кафедры «Фундаментальные взаимодействия и космология» за организацию и проведение учебных занятий.

Список литературы

- [1] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Квантовая механика. Нерелятивистская теория. — М.: Физматлит, 2002.
- [2] *Ченг Т.-П., Ли Л.-Ф.* Калибровочные теории в физике элементарных частиц. М.: Мир, 1987.
- [3] *M. Libanov and S. V. Troitsky.* Three fermionic generations on a topological defect in extra dimensions, Nucl. Phys. B599 (2001) 319-333, [hep-ph/0011095].
- [4] *J. Frere, M. Libanov, and S. V. Troitsky.* Three generations on a local vortex in extra dimensions, Phys.Lett. B512 (2001) 169-173, [hep-ph/0012306].
- [5] *J. Frere, M. Libanov, and S. V. Troitsky.* Neutrino masses with a single generation in the bulk, JHEP 0111 (2001) 025, [hep-ph/0110045].
- [6] *M. V. Libanov and E. Y. Nugaev.* Towards the realistic fermion masses with a single family in extra dimensions, JHEP 0204 (2002) 055, [hep-ph/0201162].
- [7] *M. Libanov and E. Y. Nugaev.* Hierarchical fermionic mass pattern and large extra dimensions. Surveys High Energ.Phys. 17 (2002) 165-171.
- [8] *J. Frere, M. Libanov, E. Nugaev, and S. V. Troitsky.* Fermions in the vortex background on a sphere, JHEP 0306 (2003) 009, [hep-ph/0304117].
- [9] *J. Frere, M. Libanov, E. Nugaev, and S. V. Troitsky.* Flavour violation with a single generation, JHEP 0403 (2004) 001, [hep-ph/0309014].
- [10] *J. Frere, M. Libanov, E. Y. Nugaev, and S. V. Troitsky.* Searching for family number conserving neutral gauge bosons from extra dimensions, JETP Lett. 79 (2004) 598-601.

- [11] *M. Libanov and E. Y. Nugaev.* Properties of the Higgs particle in a model involving a single unified fermion generation, *Phys. Atom. Nucl.* 70 (2007) 864-870.
- [12] *M. Libanov and E. Nugaev.* Higgs boson with a single generation in the bulk, hep-ph/0512223.
- [13] *J.-M. Frere, M. Libanov, and F.-S. Ling.* See-saw neutrino masses and large mixing angles in the vortex background on a sphere, *JHEP* 1009 (2010) 081, [arXiv:1006.5196].
- [14] *M. Libanov and F. Ling.* Why neutrinos are different?, *PoS QFTHEP2011* (2011) 072.
- [15] *M. Libanov and F.-S. Ling.* Flavour puzzle or Why neutrinos are different?, arXiv:1105.6035.
- [16] *Particle Data Group Collaboration, J. Beringer et al.* Review of Particle Physics (RPP), *Phys.Rev.* D86 (2012) 010001.
- [17] *N. Cosme, J. Frere, and L. Lopez Honorez.* CP violation from dimensional reduction: Examples in (4+1)-dimensions, *Phys.Rev.* D68 (2003) 096001, [hep-ph/0207024].
- [18] *M. Libanov, N. Nemkov, E. Nugaev, and I. Timiryasov.* Heavy-meson physics and flavour violation with a single generation, *JHEP* 1208 (2012) 136, [arXiv:1207.0746].
- [19] *J.-M. Frere, M. Libanov, S. Mollet, S. Troitsky.* Neutrino hierarchy and fermion spectrum from a single family in six dimensions: realistic predictions, *JHEP* 08(2013)078, [arXiv:1305.4320]
- [20] *Рубаков В. А.* Классические калибровочные поля: Бозонные теории. Изд 3-е. — М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2010., ISBN 978-5-397-01359-8
- [21] *Рубаков В. А.* Классические калибровочные поля: Теории с фермионами. Некоммутативные теории. Изд 3-е. — М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2009, ISBN 978-5-397-00715-3
- [22] *Рубаков В. А.* Большие и бесконечные дополнительные измерения УФН 171 913–938 (2001)
- [23] *Рубаков В. А.* Многомерные модели физики частиц УФН 173 219 (2003)
- [24] *Троицкий С. В.* Нерешенные проблемы физики элементарных частиц УФН 182 77–103 (2012)
- [25] *P. Langacker.* The Standard Model and Beyond. Boca Raton, FL: CRC Press, c2010, ISBN 9781420079067