УДК 517.91

Некоторые соображения о построении нелокальной задачи с интегральными условиями для дифференциального уравнения четного порядка и ее разрешимости

К.А. Даровская

Российский университет дружбы народов

Ранние работы в области дифференциальных уравнений с нелокальными (интегральными) условиями относятся к первой трети XX века [1-3]. Следующая волна интереса к таким задачам возникает во второй половине прошлого столетия после знаковой работы Дж.Р. Кэннона [4] о распространении тепла в тонком стержне и затрагивает в основном эволюционные уравнения со смешанными условиями, содержащими интегралы (см. работы [5-7] и библиографии в них).

Обыкновенные дифференциальные уравнения с нелокальными условиями в указанный период исследуются в меньшей степени, что связано, в частности, с рядом принципиальных отличий от работ в области уравнений в частных производных и со сложностью изучаемых задач. Так, ответ на вопрос о конструктивных достаточных условиях дискретности спектра для обыкновенного дифференциального оператора второго порядка с интегральными условиями, содержащими искомую функцию, поставленный А.М. Кроллом еще в 1975 году [8], был получен лишь спустя почти 20 лет [9]. Дальнейшее развитие исследований в области ОДУ с интегральными условиями можно найти в [10-13].

В настоящем докладе будет обсуждаться вопрос построения интегральных условий общего вида для обыкновенного дифференциального уравнения четного порядка и разрешимости указанной задачи в функциональных пространствах, снабженных нормами специального вида. Для случая уравнения второго порядка, кроме того, будут приведены результаты, касающиеся априорной оценки решения и структуры спектра соответствующего оператора.

Настоящая работа выполнена при поддержке гранта Президента Российской Федерации для поддержки ведущих научных школ РФ НШ-4479.2014.1.

Литература

1. *Sommerfeld A.* Ein Beitrag zur hydrodynamischen Erklärung der turbulenten Flussigkeitsbewegungen // Atti IV Congr. Intern. Matem. Rome. – 1909. – 3. – P. 116-124.
2. *Тамаркин Я.Д.* О некоторых общих задачах теории обыкновенных линейных дифференциальных уравнений и о разложении произвольных функций в ряды. – Петроград, 1917.
3. *Picone M.* Equazione integrale traducente il piu generale problema lineare per le equation differentiali lineari ordinarie di qualsivoglia ordine. – Accad. Naz. Lincei. Atti Convegni. Roma. – 1932. – 15, №6. – P. 942-948.
4. *Cannon J.R.* The solution of the heat equation subject to the specification of energy. – Quart. Appl. Math. – 1963. – 21. – P. 155-160.
5. *Cannon J.R.* The one-dimensional heat equation. – Encyclopedia of Mathematics and its Applications, 23. – Addison-Wesley Publishing, Massachusetts, 1984. – 483 p.
6. *Ионкин Н.И.* Решение одной краевой задачи теории теплопроводности с неклассическим краевым условием. – Дифф. уравн. – 1997. – 13, № 2. – С. 294-304.
7. *Сабитов К.Б.* Краевая задача для уравнения параболо-гиперболического типа с нелокальным интегральным условием. – Дифф. уравн. – 2010. – 46, № 10. – С. 1468-1478.
8. *Krall A.M.* The development of general differential and general boundary systems. – Rocky Mountain J. Math. – 1975. – 5, № 4. – P. 493-542.
9. *Скубачевский А.Л., Стеблов Г.М.* О спектре дифференциального оператора с областью определения, не плотной в $L_2(0,1)$. – Докл. АН. – 1992. – 321, № 6. – С. 1158-1163.
10. *Галахов Е.И., Скубачевский А.Л.* Об одной нелокальной спектральной задаче. – Дифф. уравн. – 1997. – 33, № 1. – С. 25-32.
11. *Ильин В.А., Моисеев Е.И.* Априорная оценка решений задачи, сопряженной к нелокальной краевой задаче первого рода. – Дифф. уравн. – 1988. – 24, № 5. – С. 795-804.
12. *Скубачевский А.Л.* Неклассические краевые задачи. I. – Современная математика. Фундаментальные направления. – 2007. – 26. – С. 3-132.
13. *Даровская К.А., Скубачевский А.Л.* Об одной спектральной задаче с интегральными условиями. – Труды семинара им. И.Г. Петровского. – 2011. – 28. – С. 147-160.