

Дисперсионные свойства тонких (печатных) колец

А.В. Савельев, Н.П. Чубинский

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Введение

В [1] было установлено, что в кольцах с круглым проводником распределение плотности тока в сечении, обусловленное скин-эффектом, становится не осесимметричным. Ещё большая неравномерность распределения наблюдается в тонких (печатных) кольцах с широким проводником [2]. Это приводит к существенным дисперсионным эффектам, проявляющимся в сильной частотной зависимости величин индуктивности и активного сопротивления колец. Рассмотренные эффекты в значительной степени зависят от способа возбуждения колец.

Цель работы и алгоритм решения задачи

Рассмотрим проводящее кольцо с прямоугольным сечением проводника, возбуждаемое переменным магнитным полем \vec{B}_0 единичной амплитуды с частотой ω . Будем использовать фиксированные значения толщины проводника a из ряда стандартных толщин слоя меди печатных плат: 9 мкм, 18 мкм, 36 мкм и т.д., например, $a=36$ мкм. Зададим радиус кольца $R = 36a = 1152$ мкм. Геометрия задачи дана на Рис.1.

Поскольку индуктивность является одним из основных радиотехнических элементов с сосредоточенными параметрами, электрические размеры кольца должны удовлетворять квазистатическому приближению:

$$2\pi R \ll \lambda, \quad (1)$$

где λ – длина волны источника поля.

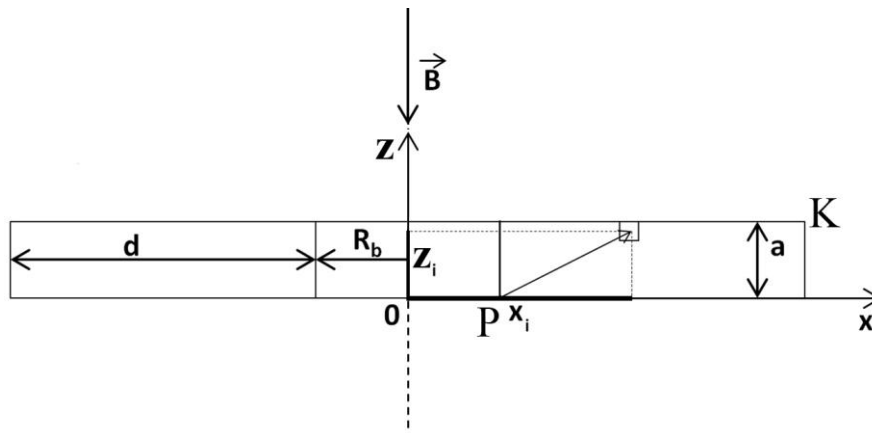


Рис.1. Геометрия задачи

Для расчета распределения плотности тока в квазистатическом приближении по сечению кольца при разных уровнях скин-эффекта сечение кольца разбивается на множество колец квадратного сечения, внутри которых распределение токов можно считать равномерным.

В данном случае разбиение кольца на множество круговых колец квадратного сечения является равномерным (сечение всех элементов разбиения одинаково). Стоит отметить, что изначально планировалось использовать неравномерное распределение, которое аналогично использованному в [1], постепенно размельчалось в направлении к границам сечения кольца. Однако, позднее от этой идеи было решено отказаться, так как при построении графиков плотностей тока, наблюдались заметные перепады в местах соприкосновения элементов различных размеров. Таким образом, использовалось равномерное разбиение в 12 слоев, что существенно увеличило объем вычислений.

Пронумеровав элементы, запишем систему линейных уравнений, описывающих распределения токов в квазистатическом приближении [2]:

$$\vec{J}_i(R_{0i} + j\omega L_{0i}) + j\omega \sum_{k=1, k \neq i}^N \vec{J}_k M_{ik} = \vec{\varepsilon}_i, \quad (2)$$

где \vec{J}_i – комплексная амплитуда тока в i -ом элементе, $\vec{Z}_{0i}(\omega) = R_{0i} + j\omega L_{0i}$ – импеданс, а L_{0i} – индуктивность i -го элемента на низкой частоте, $R_i = R_b + x_i$ – радиус i -го элемента, L_i – индуктивность i -го элемента, $\vec{\varepsilon}_i$ – комплексная амплитуда э.д.с. в i -ом элементе, возбуждаемая внешним магнитным полем с индукцией \vec{B}

$$\vec{\varepsilon}_i = -j\omega \vec{B} \pi R_i^2 \quad (3)$$

$j\omega \sum_{k=1, k \neq i}^N \vec{J}_k M_{ik}$ – сумма э.д.с., вносимых в i -тый контур из всех остальных контуров, M_{ik} –

взаимные индуктивности и R_{0i} – активные сопротивления элементов,

$$R_{0i} = 2\pi\rho R_i / S_i' \quad (4)$$

где ρ – удельное сопротивление материала, S_i' – площадь сечения элемента. Классические алгоритмы расчета собственных и взаимных индуктивностей приведены в [3].

Решение данной системы уравнений определяет распределение плотности тока в сечении кольца. На основе этих данных можно определить индуктивность кольца L , используя выражения для реактивной энергии системы токов в элементах разбиения [2]:

$$W = \operatorname{Re} \left[\sum_i \frac{L_i \vec{J}_i^2}{2} + \frac{1}{2} \sum_i \sum_{\substack{k \\ i \neq k}} M_{ik} \vec{J}_i \vec{J}_k \right] = \operatorname{Re} \left[\frac{L \vec{J}^2}{2} \right], \quad (5)$$

где $\vec{J} = \sum_i \vec{J}_i$ – полный ток через сечение кольца.

Вычислим эквивалентное сопротивление системы R_M , приравняв мощность потерь, вычисленную как сумму мощностей потерь во всех элементах:

$$P_R = \frac{1}{2} |\vec{J}|^2 R_M = \frac{1}{2} \sum |\vec{J}_i|^2 R_{0i}, \quad (6)$$

где \vec{J} – полный ток в кольце.

Далее, полученные результаты для индуктивности и сопротивления сравниваются с результатами, вычисленными на основе существующих алгоритмов [3]:

$$L_t = \mu_0 (R_b + d/2) \ln \left(\frac{8(R_b + d/2)}{a + d} - \frac{1}{2} \right) \quad (7)$$

$$R_t = \frac{1}{\sum_i 1/R_{0i}} - (\text{сопротивление на постоянном токе}) \quad (8)$$

где R_b – внутренний радиус кольца, d – ширина кольца, a – толщина кольца

Результаты

$R_b, \text{ а}$	Частота, Гц / $R_b, \text{ мкм}$	10^8	$10^{7,5}$	10^7	$10^{6,5}$	10^6	$10^{5,5}$	10^5
31	1116	0,9496	0,9380	0,9315	0,9303	0,9302	0,9302	0,9302
28	1008	1,0372	1,0174	0,9867	0,9463	0,9288	0,9263	0,9261
25	900	1,1555	1,1307	1,0915	1,0269	0,9665	0,9515	0,9497
22	792	1,3018	1,2719	1,2248	1,1445	1,0407	0,9992	0,9935
19	684	1,4836	1,4480	1,3922	1,2962	1,1530	1,0723	1,0592
16	576	1,7131	1,6707	1,6045	1,4900	1,3083	1,1777	1,1529
13	468	2,0085	1,9576	1,8783	1,7411	1,5167	1,3262	1,2847
10	360	2,3981	2,3362	2,2400	2,0734	1,7971	1,5347	1,4712
7	252	2,9282	2,8517	2,7327	2,5266	2,1825	1,8316	1,7403
4	144	3,6798	3,5827	3,4317	3,1698	2,7317	2,2668	2,1412
1	36	4,8051	4,6774	4,4786	4,1341	3,5583	2,9381	2,7685

Таблица 1. Зависимость индуктивности (L/L_t) от частоты при различных R_b

R_b, a	Частота, Гц / R_b , мкм	10^8	$10^{7,5}$	10^7	$10^{6,5}$	10^6	$10^{5,5}$	10^5
31	1116	1,8900	1,1902	1,0227	1,0026	1,0006	1,0004	1,0003
28	1008	3,3503	1,9471	1,3320	1,0757	1,0144	1,0068	1,0060
25	900	4,3184	2,4622	1,6522	1,2503	1,0620	1,0249	1,0207
22	792	5,3006	2,9965	1,9928	1,4788	1,1568	1,0602	1,0478
19	684	6,4123	3,6081	2,3873	1,7544	1,3041	1,1196	1,0922
16	576	7,7372	4,3415	2,8634	2,0912	1,5090	1,2119	1,1613
13	468	9,3852	5,2569	3,4594	2,5157	1,7838	1,3502	1,2671
10	360	11,5418	6,4573	4,2426	3,0757	2,1573	1,5566	1,4306
7	252	14,5885	8,1551	5,3517	3,8705	2,6956	1,8776	1,6955
4	144	19,5616	10,9290	7,1655	5,1723	3,5851	2,4414	2,1787
1	36	32,3149	18,0478	11,8245	8,5239	5,8936	3,9736	3,5286

Таблица 2. Зависимость сопротивления R/R_t от частоты при различных R_b

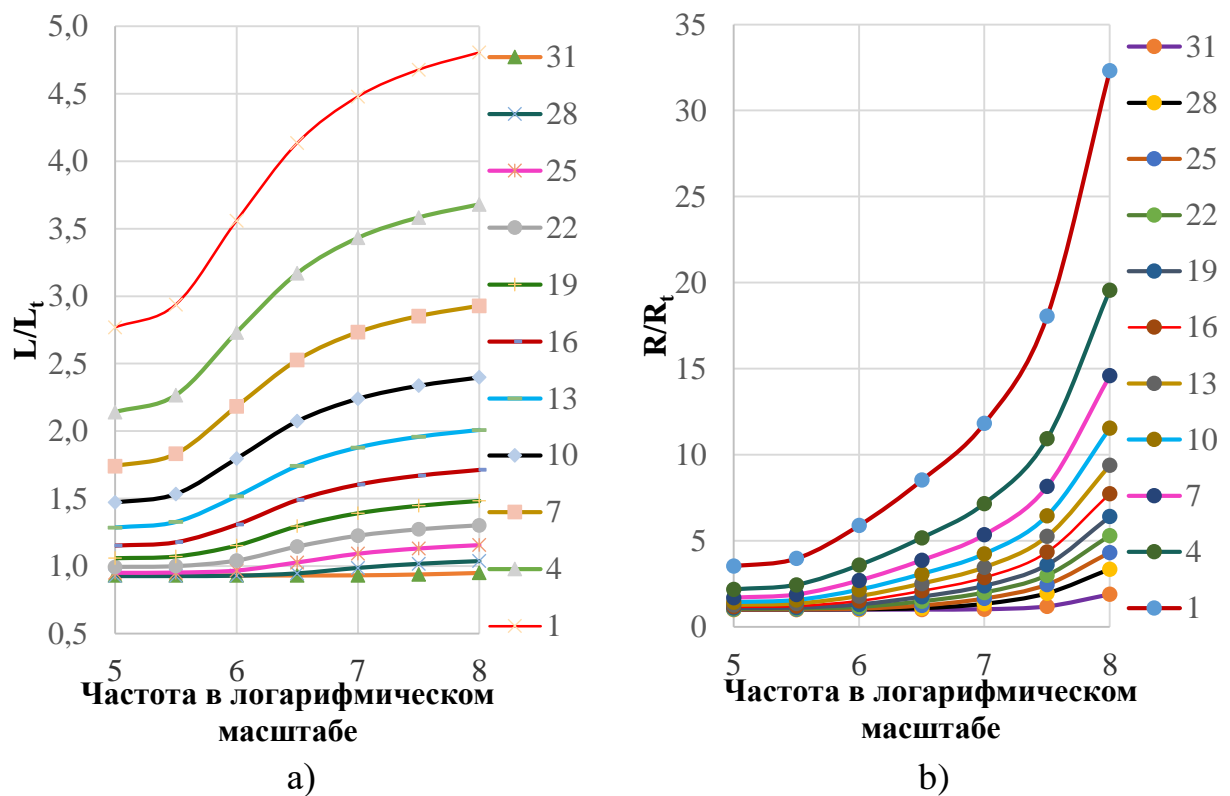


Рис.1 Зависимость индуктивности (а) и сопротивления (б) от частоты при различных R_b (выраженных в единицах толщины кольца)

Выводы

1. На основании найденных распределений плотности тока определены индуктивности и сопротивления колец для ряда размеров отверстия в указанном диапазоне частот. Установлены

частотные зависимости найденных параметров $L(f, R_b/R)$, нормированных к их значениям L_t , рассчитанным по стандартным алгоритмам [3].

2. При малой ширине проводника $d/R < 0,1$ изменение индуктивности в диапазоне частот не превышает 5%, причём при возбуждении магнитным полем (первый случай) – вверх, а при возбуждении от источника э.д.с. (второй случай) – вниз. Для $d/R > 0,3$ стандартные алгоритмы [3] непригодны для расчёта индуктивностей колец с широким проводником.

3. Изменение индуктивности в частотном диапазоне трёх декад достигает 50% в первом случае вверх, а во втором – в 6,7 раза (!) вниз для наиболее широкого проводника $d/R = 0,97$.

Литература

1. Савельев А.В., Чубинский Н.П. Расчёт индуктивности колец при произвольной степени скин-эффекта // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2014. N1. URL:

<http://jre.cplire.ru/iso/jan14/1/text.pdf>

2. Савельев А.В., Чубинский Н.П. Определение индуктивности плоских (печатных) колец при различных способах возбуждения // Журнал радиоэлектроники. 2015. № 2, Электронный журнал, ISSN 1684-1719

<http://jre.cplire.ru/jre/feb15/3/text.pdf>

3. Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей: Справочная книга. – Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд., 1986. – 488 с.