УДК 5.31; 22.3; 621(075.8); 531/534

О логической противоречивости постановки классической размерной задачи двух тел

В.В. Мартынов[1], В.В. Мартынов мл.[1]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

fsb@list.ru

В произвольной фиксированной практической системе физических единиц (ПСФЕ)$_0$ рассматривается задача Коши с неизвестными вектор-функциями $r_i(t)$ (i = 1, 2):

$$\begin{cases} m_1\ddot{\bar{r}}_1(t) = (G_{\text{Т}})_0 \dfrac{m_1 m_2}{|\bar{r}_2(t)-\bar{r}_1(t)|^3}(\bar{r}_2(t)-\bar{r}_1(t)),\ t>\alpha; & (1) \\ m_2\ddot{\bar{r}}_2(t) = -(G_{\text{Т}})_0 \dfrac{m_1 m_2}{|\bar{r}_2(t)-\bar{r}_1(t)|^3}(\bar{r}_2(t)-\bar{r}_1(t)),\ t>\alpha; & (2) \\ \bar{r}_i(t_0)=\bar{a}_i,\ \dot{\bar{r}}_i(t_0)=\bar{b}_i, & (3) \end{cases}$$

где $(G_{\text{Т}})_0$ обозначает точное (полученное округлением надежных цифр экспериментального $(G_{\text{Э}})_0$) значение гравитационной постоянной, отвечающей выбранной (ПСФЕ)$_0$. Например, если (ПСФЕ)$_0$ = СИ, то $(G_{\text{Э}})_0 = 6{,}6742(10)\cdot 10^{-11}$ (м^3/кг$\cdot$с^2).

Следовательно, теоретическое $(G_{\text{Т}})_0 = 667\cdot 10^{-13}$ (м^3/кг$\cdot$с^2), поскольку в $(G_{\text{Э}})_0$ надежными являются только три первых знака (см. [2], с. 107).

Задача (1) – (3) равносильна задаче Кеплера для относительного движения тел, и она же равносильна задаче Кеплера в система бароцентра (инертных) масс m_i.

Утверждение 1. Существует (ПСФЕ)$_0$ с соответствующей $(G_{\text{Т}})_0$, в которой постановка задачи (1) – (3) противоречива (т.е. она допускает хотя бы одно логически противоречивое следствие) $\leftrightarrow$ в любой (ПСФЕ) с соответствующей $\sigma_{\text{Т}}$ она противоречива.

Утверждение 2. Постановка задачи (1) – (3) противоречива $\leftrightarrow$ противоречива постановка каждой задачи Кеплера $\leftrightarrow$ противоречива постановка хотя бы одной задачи Кеплера.

Далее ограничимся (не нарушая общности) (ПСФЕ)$_0$ = СИ и второй задачей Кеплера.

Идея доказательства противоречивости постановки этой задачи:

1) стандартно переходим к плоским орбитам (с помощью вектора кинетического момента $\bar{C}$ и вектора Лапласа $\bar{L}$);
2) в этой плоскости (начало координат равно силовому центру и равно фокусу параболы или эллипса, луч Ох противоположен вектору $\bar{L}$) вычисляем T_{Π} – время движения по параболе $y=\sqrt{p_{\Pi}\cdot(2x+p_{\Pi})}$ (p_{Π} – параметр параболы) из точки (0, p_{Π}) к вершине

параболы, ($-\frac{p_\Pi}{2}$, 0). Аналогично для эллипса $y=\frac{b_Э}{a_Э}\sqrt{a_Э^2-(x-c_Э)^2}$ вычисляем Tэ – время движения по эллипсу от точки (0, $p_Э$) к вершине ($c_Э-a_Э, 0$) ($p_Э$ – параметр эллипса).

3) Но параболу можно получить как равномерный по $x\in(c_Э-a_Э, 0)$ предел эллипсов (при $a_Э\to+\infty$, но с условием $a_Э-c_Э=\frac{p_\Pi}{2}$) (p_Π фиксировано). Осуществляем такой предельный переход.

4) С другой стороны, по теореме Ламберта (см. [1, с. 136]), при таком равномерном предельном переходе $T_Э\to T_\Pi$. Получаем противоречие: $\frac{1}{4}=\frac{4}{9}$.

Литература

1. Задача Кеплера. Столкновения. Регурялизация / Сб. работ. – М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. – 452 с.

2. *Томилин К.А.* Фундаментальные физические постоянные в историческом и методологическом аспектах. – М.: Физматлит, 2006. – 368 с.