

УДК 517.98; 517.972

О логической противоречивости постановки классической безразмерной задачи Кеплера

В.В. Мартынов¹, В.В. Мартынов мл.¹

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

fsb@list.ru

А. Албуи (см. [1, с. 87]) в своих лекциях о задаче двух тел пишет: «В задаче двух тел с положениями q_1 и q_2 и массами m_1 и m_2 имеем уравнения

$$\begin{cases} \ddot{q}_1 = -m_2 \|q_1 - q_2\|^{-3} \cdot (q_1 - q_2), \\ \ddot{q}_2 = -m_1 \|q_1 - q_2\|^{-3} \cdot (q_2 - q_1). \end{cases}$$

Пусть $\bar{q} = q_2 - q_1$ – вектор, соединяющий данные два тела (можно также рассмотреть вектор, соединяющий центр масс с одним из этих тел). Он удовлетворяет уравнению

$$\ddot{\bar{q}} = -(m_1 + m_2) \cdot \|\bar{q}\|^{-3} \cdot \bar{q},$$

которое после подходящей замены единицы времени превращается в уравнение

$$\ddot{\bar{q}} = -\|\bar{q}\|^{-3} \cdot \bar{q}. \quad (1)$$

Исходной же задачей является

$$\begin{cases} \ddot{x}(t) = -x(t) \cdot r(t)^{-3} \\ \ddot{y}(t) = -y(t) \cdot r(t)^{-3}, \end{cases}$$

где $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ (см. [1, с. 84; 2, с. 218]).

Доказывается, что последняя задача (а значит и более общая задача (1)) противоречива, т.е. допускает логически противоречивое следствие. Ситуация уникальная: до сих пор о постановке математической (а следовательно, безразмерной) задачи в ОДУ или в частных производных говорили: корректна постановка (в том или ином смысле: по Ляпунову, по Адамару – Куранту, по Тихонову и др.) или не корректна. Теперь придётся выяснять противоречива ли постановка задачи или не противоречива.

Литература

1. Задача Кеплера. Столкновения. Регуляризация / Сб. работ. – М. – Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2006. – 452 с.
2. Уинтнер А. Аналитические основы небесной механики. – М.: Наука, главная редакция физико-математической литературы, 1967. – 523 с.