

Парные корреляции вблизи точки топологического перехода в
сильнокоррелированных ферми-системах.

Д.С. Крепиш¹, М.В. Зверев², С.С. Панкратов²

¹Московский физико-технический институт (государственный университет)

² Национально-исследовательский центр Курчатовский институт

Аннотация

Изучаются парные корреляции в однородном двумерном электронном газе вблизи точки расходимости эффективной массы m^* . Квазичастичный спектр моделируется суммой линейного и кубического по разности $p - p_F$ членов, при этом в точке расходимости m^* в спектре остается только кубическое слагаемое. На основе такой модели решением уравнения БКШ показана смена характера зависимости критической температуры T_c от константы парного взаимодействия g – в точке расходимости m^* ферми-жидкостная экспоненциальная малость критической температуры $T_c \exp(-1/g)$ сменяется степенной зависимостью $T_c g^{3/2}$, что означает существенное увеличение температуры перехода. Рассмотрена реалистическая модель двумерного электронного газа с парным взаимодействием, обусловленным обменом зарядовыми флуктуациями, с фиксированным критическим волновым вектором флуктуаций и константой связи и переменным параметром – обратной корреляционной длиной. Численным решением уравнения Таулесса получена зависимость T_c от этого параметра и показано, что критическая температура имеет максимум вблизи точки расходимости m^* , причем максимальное значение T_c больше чем на порядок превышает ее значение по обе стороны от точки топологического перехода.

Введение

Цель работы. Исследовать характер критической температуры перехода в сверхпроводящее состояние вблизи точки топологического перехода в двумерном электронном газе.

Актуальность темы. Объект исследования – двумерный электронный газ – реализуется в инверсионном слое толщиной несколько нм между полупроводником (Si) и диэлектриком (SiO₂) в полевых транзисторах. Изменением величины электрического поля, перпендикулярного слою, плотность системы меняют на несколько порядков величины. Поскольку в электронном газе потенциальная энергия взаимодействия пропорциональна обратному расстоянию между электронами, а кинетическая – обратному квадрату этого расстояния, при уменьшении плотности системы роль взаимодействия усиливается. Одно из проявлений этого усиления - расходимость эффективной электронной массы, наблюдаемая при плотности около $0.8 \times 10^{11} \text{ см}^{-2}$. В отношении расходимости эффективной массы 2D электронный газ не уникален. Аналогичная расходимость наблюдается в двумерных пленках жидкого ³He. Вопрос же о переходе обеих систем в сверхтекучее (сверхпроводящее для электронного газа) состояние остается пока открытым и одним из горячих вопросов современной физики конденсированных сред. Мотивация изучения возможности перехода ферми-системы в сверхтекучее состояние вблизи точки расходимости эффективной массы также обусловлена недавними данными для YBCO [?], показывающими прямую связь максимума критической температуры T_c с обращением в ноль величины $1/m^*$.

Переход в сверхпроводящее состояние в двумерном электронном газе

Модельные оценки критической температуры

Цель данной работы - исследование поведения критической температуры перехода в сверхпроводящее состояние в двумерном электронном газе, и первым шагом являются качественные оценки. Запишем уравнение на щель в модели БКШ [3].

$$\frac{\hat{g}}{2} \int \frac{1 - 2n_p}{\sqrt{\Delta^2 + \varepsilon_p^2}} \frac{d^2p}{(2\pi)^2} = 1 \quad (1)$$

где, n_p распределение Ферми-Дирака, \hat{g} - константа связи, а ε_p спектр отсчитанный от хим. потенциала (далее индекс p опускается). Вообще говоря интеграл в выражении берется вблизи p_F , но для оценок считалось, что пределы интегрирования 0 и p_F .

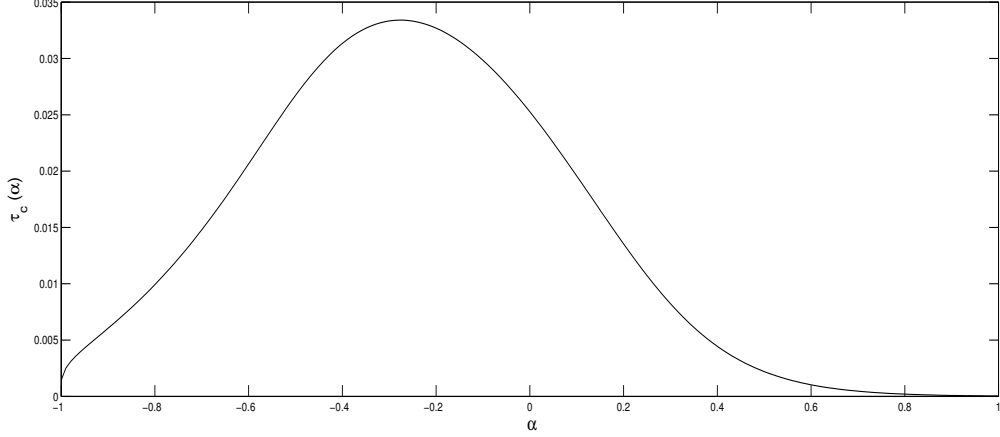


Рис. 1: Критическая температура для спектра $y = \alpha u + \beta u^3$ при $g = 0.1$

Положив щель Δ равной нулю, из уравнения можно определить критическую температуру. Несложными преобразованиями получается:

$$\frac{\hat{g}}{4\pi} \int \frac{\text{th} \frac{\varepsilon}{2T_c}}{\varepsilon} p \frac{dp}{d\varepsilon} d\varepsilon = 1,$$

причем множитель p_F/m появляется для дальнейшего обезразмеривания уравнения. Ради оценки положим $p = p_F$. Таким образом

$$g \int \frac{\text{th} \frac{y}{2\tau_c}}{y} \frac{dy}{z(y)} = 1, \quad (2)$$

$g = m\hat{g}/2\pi$, $y = \varepsilon/\varepsilon_F$, $\tau_c = T_c/\varepsilon_F$, $u = (p - p_F)/p_F$, а z - функция, которая определяется только видом спектра: $z(y) = (du/dy)^{-1}$.

В случае линейного спектра $\varepsilon(p) = p_F(p - p_F)/m^*$, функция $z(y) = m/m^* = \alpha$. Подставляя z в уравнение и разбивая интеграл на два (вблизи нуля и по оставшейся области) можно получить оценку, которая является известным результатом [3]

$$\tau_c \sim e^{-\alpha/g}.$$

Кубический спектр

$$\varepsilon(p) = \beta \frac{p_F^2}{2m} \left(\frac{p - p_F}{p_F} \right)^3$$

в выше установленных обозначениях имеет вид $y(u) = \beta u^3$, а функция $z(y) =$

$3/2 \cdot \beta^{1/3} y^{2/3}$. Формула (1) для данного случая $z(y) = 3/2 \cdot \beta^{1/3} y^{2/3}$ переписывается в следующем виде:

$$\frac{2g}{3\beta^{1/3}} \int \frac{\text{th} \frac{y}{2\tau_c}}{y^{5/3}} dy = 1,$$

Интеграл можно представить как сумму двух:

$$\frac{2g}{3\beta^{1/3}} \left(\int_0^\xi \frac{\text{th} \frac{y}{2\tau_c}}{y^{5/3}} dy + \int_\xi^1 \frac{\text{th} \frac{y}{2\tau_c}}{y^{5/3}} dy \right) = 1,$$

где ξ некоторое число. Замена переменной $y/2\tau_c \rightarrow y$ и последующее разложение гиперболического тангенса в нуле в первом интеграле и замена его единицей во втором дает

$$\tau_c \sim g^{3/2}$$

Таким образом, видно, что в то время как линейный член дает экспоненциальную малость по взаимодействию - кубический ведет себя как степень $3/2$, т.е. при рассмотрении модельного спектра $y = \alpha u + \beta u^3$ максимум критической температуры $t_c(\alpha)$ ожидается вблизи $\alpha = 0$, точки, в которой расходуется эффективная масса.

Для спектра $y = \alpha u + \beta u^3$ не получается сделать аналитических оценок. Численный результат при $g = 0.1$ показан на рис. 1, максимум критической температуры находится вблизи точки $\alpha = 0$, но несколько смещен в перестроенную область. Поскольку данное решение носит оценочный характер, мы не будем обсуждать это смещение. Форма же графика функции $\tau_c(\alpha)$ с ярким максимумом мотивирует к изучению вопроса в реалистической модели.

Критическая температура в модели с реалистическим взаимодействием

Обобщением ур. 1 является [1]

$$\Delta(\mathbf{p}, \tau) = - \int \frac{\Delta(\mathbf{p}', \tau) \mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')}{2E(p)} \text{th} \frac{|\varepsilon(\mathbf{p}', \tau)|}{2\tau} \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^2},$$

где $E(\mathbf{p}', \tau) = \sqrt{\varepsilon^2(\mathbf{p}', \tau) + \Delta^2(\mathbf{p}', \tau)}$, а $\mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ - взаимодействие в куперовском канале. Поскольку в квазичастичном взаимодействии доминирует обмен мягкими зарядовыми флуктуациями, естественно предположить, что этот обмен определяет и взаимодействие в куперовском канале. Поэтому мы будем полагать, что взаимодействие $\mathcal{V}(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$ имеет такую же импульсную зависимость, что и квазичастичное взаимодействие $f(\mathbf{p}, \mathbf{p}')$, отличаясь от него лишь величиной константы связи. Важно

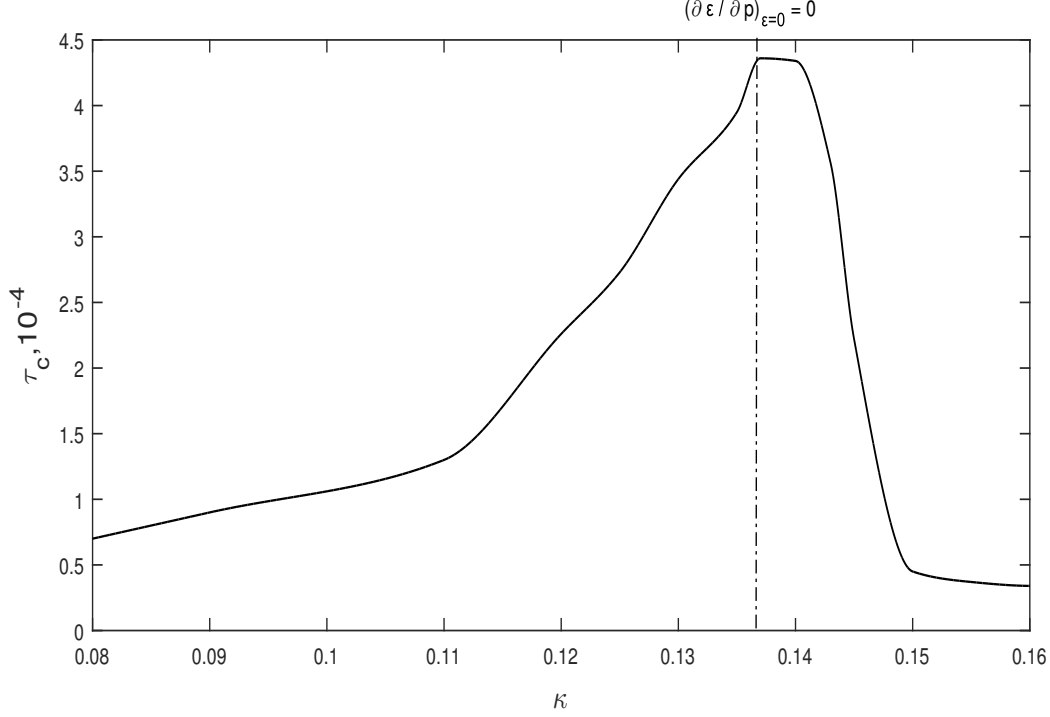


Рис. 2: Решение уравнения 3 при $\gamma = 0.095$, $g = 0.001$.

отметить, что взаимодействие в куперовском канале является притягательным [4]. В наших расчетах мы будем использовать куперовское взаимодействие равное

$$\mathcal{V}(\mathbf{q}) = -\frac{g}{(q^2/q_c^2 - 1)^2 + \kappa^2},$$

где $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$. Одночастичный спектр находится решением уравнения Ландау-Питаевского теории ферми-жидкости с квазичастичным взаимодействием, в котором доминирует обмен мягкими зарядовыми флуктуациями. Известно, что для притяжения хорошо работает модель s-спаривания, в которой считается, что щель не зависит от углов, т.е. имеем $\Delta(p, \tau)$. Уравнение, написанное выше, но с такой Δ , можно считать, как усредненное по углу. Обозначая $\Delta(p)/2E(p)$ через $\Psi(p)$ получаем

$$2E(p)\Psi(p) = - \int \Psi(p') \mathcal{V}(\mathbf{p}-\mathbf{p}') \operatorname{th} \frac{|\varepsilon(\mathbf{p}', \tau)|}{2\tau} \frac{d\mathbf{p}'}{(2\pi)^2},$$

Далее с целью нахождения критической температуры, в уравнении положим $\Delta = 0$. Теперь, умножая левую и правую части на \sqrt{p} и обозначая величину $\Psi(p)\sqrt{p} \operatorname{th} \frac{|\varepsilon(p, \tau_c)|}{2\tau_c}$ через $\chi(p)$ получим уравнение

$$\frac{2|\varepsilon(p)|}{\operatorname{th}(|\varepsilon(p)/2\tau_c|)} \chi(p) - \frac{1}{4\pi} \int V(p, p') \chi(p') \sqrt{pp'} dp' = 0, \quad (3)$$

где $V(p, p')$ уже проинтегрированное взаимодействие:

$$V(p, p') = \int_0^{2\pi} \frac{g}{(q^2/q_c^2 - 1)^2 + \kappa^2} \frac{d\phi}{2\pi},$$

где, в свою очередь, $q^2 = p^2 + p'^2 - 2pp' \cos \phi$.

Уравнение записано в виде $L\chi = 0$, потому что собственные значения оператора который стоит в левой части говорят о том, при каких значениях τ_c и κ равенство выполнено. Интеграл берется от нуля до пяти (на верхнем пределе выше пяти результат почти не меняется), и на сетке 500 точек оператор L является матрицей 500×500 . Оказывается, что его собственные значения $L\chi = \lambda\chi$ либо все одного знака, когда температура выше критической, либо все, за исключением одного, имеют один и тот же знак, что соответствует температуре ниже критической. Оказывается что при фиксированном параметре κ , одно из собственных значений (минимальное по модулю) $\lambda(\tau)$ меняется плавно, и проходит через ноль. В тот момент когда появляется собственное значение равное нулю, уравнение 3 выполнено, а следовательно температура, соответствующая этому собственному значению является критической (критерий Таулесса [2]).

Представленная на рис. 2 функция $\tau_c(\alpha)$ получена вышеописанным методом. Константы выбраны следующим образом: $g = 0.001, \gamma = 0.095$. Из рис. 2 видно, что максимум достигается вблизи точки $\alpha = 0.14$. Чтобы понять связь расходимости эффективной массы с поведением температуры рассмотрим рис. 3. Чем меньше производная в точке $(\partial\varepsilon/\partial p)_{\varepsilon=0}$, тем больше эффективная масса. Теперь, если "идти" от больших α к меньшим, то видно, что вблизи точки $\alpha = 0.138$ производная энергии по импульсу в точках $\varepsilon = 0$ наименьшая (а следовательно эффективная масса наибольшая), при этом вблизи этой точки начинается образование новых листов ферми-поверхности.

Таким образом, показано, что расходимость эффективной массы в двумерном электронном газе влечет за собой экстремальный рост критической температуры.

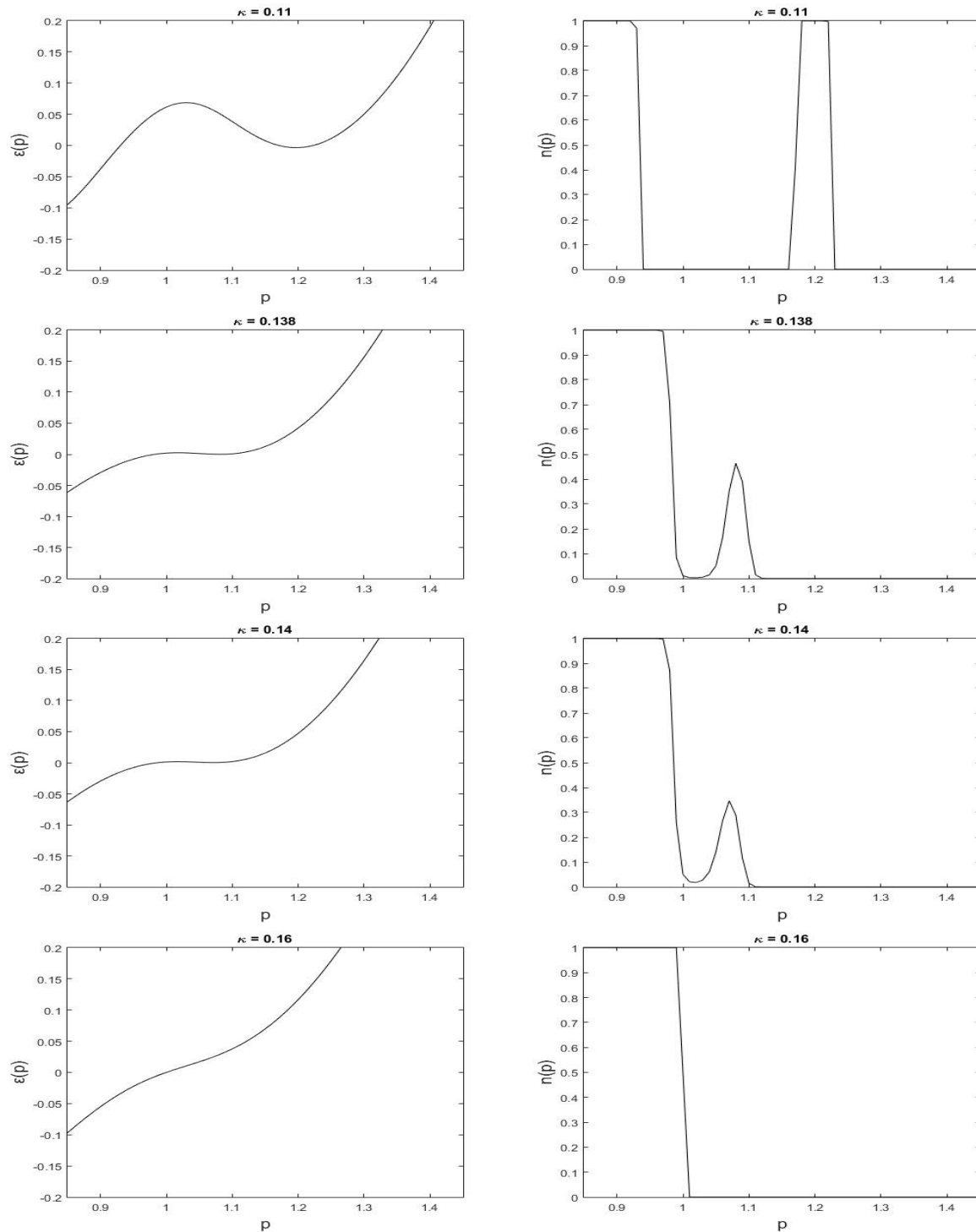


Рис. 3: Спектры и соответствующие им распределения в некоторых точках

Список литературы

- [1] Мигдал А.Б. Теория конечных ферми-систем и свойства атомных ядер. Москва "Наука 1983.

- [2] *D.J.Thouless*. The Quantum Mechanics of Many-Body Systems, New York, 1961.
- [3] *Лифшиц, Е. М., Питаевский, Л. П* Статистическая физика. Часть 2. Теория конденсированного состояния. М.: Физматлит, 2004.
- [4] *В.С. Бабиченко, А.Н. Козлов* , Сверхпроводимость электронной жидкости, близкой к кристаллизации. Письма в ЖЭТФ, том 47, вып 9, стр.454-456.