

**58 научная конференция МФТИ**

**МОСКОВСКИЙ ФИЗИКО-ТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ**

**(государственный университет)**

**ФАКУЛЬТЕТ АЭРОФИЗИКИ И КОСМИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ**

**КАФЕДРА УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ**

**РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКАЯ КОРПОРАЦИЯ**

**«ЭНЕРГИЯ» ИМ. С.П. КОРОЛЁВА**

**ПОСТРОЕНИЕ АЛГОРИТМА УПРАВЛЕНИЯ ВОЗВРАЩАЕМГО  
АППАРАТА ПИЛОТИРУЕМОГО ТРАНСПОРТНОГО КОРАБЛЯ ПРИ  
ПОСАДКЕ НА ТВЕРДОТОПЛИВНОЙ ДВИГАТЕЛЬНОЙ УСТАНОВКЕ**

**2015г.**

## Содержание

Содержание.....	2
Введение.....	3
1. Постановка задачи.....	5
2. Математическое построение аналитического решения. ....	6
2.1. Математическая постановка решаемой задачи. ....	6
2.2. Принципы построения алгоритма гашения скорости. ....	7
2.3. Формулировка алгоритма гашения скорости при посадке на ПТДУ. ....	10
2.3.1. Алгоритм включения ПТДУ. ....	10
2.3.2. Алгоритм перераспределения тяги. ....	11
2.3.3. Алгоритм отключения ПТДУ.....	12
2.4. Задача управления ориентацией ВА при посадке на ПТДУ.....	13
2.5. Принципы создания управляющих моментов ПТДУ.....	15
2.6. Принципы построения алгоритма угловой стабилизации. ....	17
2.7. Формулировка алгоритма угловой стабилизации. ....	20
2.7.1. Алгоритм стабилизации по тангажу.....	20
2.7.2. Алгоритм стабилизации по курсу.....	21
2.7.3. Алгоритм стабилизации по крену.....	22
3. Анализ работы ПТДУ. ....	24
Приложение. ....	32

## Введение.

Данная работа представляет собой исследование в области создания алгоритма управления парашютно-реактивной системой (ПРС) возвращаемого аппарата (ВА) пилотируемого транспортного корабля нового поколения ПТК НП с целью выполнения требований к параметрам для штатного срабатывания средств приземления.

Парашютно-реактивная система состоит из двух подсистем: самой парашютной системы (ПС) и посадочной твердотопливной двигательной установки (ПТДУ):

– парашютная система предназначена для снижения скорости возвращаемого аппарата до заданных значений на минимально необходимом перепаде высот, угловой стабилизации ВА;

– посадочная твердотопливная двигательная установка предназначена для создания силовых и моментных воздействий на ВА в процессе посадки для обеспечения:

- 1) гашения вертикальной и горизонтальной (ветровой) составляющих установившейся скорости движения ВА на парашютной системе,
- 2) управления движением относительно центра масс ВА;
- 3) выполнения требований к условиям на момент первого касания грунта по линейным и угловым скоростям, угловому положению ВА.

Актуальность рассматриваемой задачи продиктована разработкой ОАО Ракетно-Космической Корпорации «Энергия» им. С.П. Королева пилотируемого транспортного корабля нового поколения в рамках федеральной космической программы взамен ныне существующего «Союз ТМА».

Основными недостатками ПРС «Союз ТМА» являются:

– большой разброс точки посадки при штатном спуске из-за большой высоты ввода ПС, порядка  $(10.7 \pm 0.5)$  км, в отличие от планируемой высоты ввода ПС для ПТК НП, порядка  $(4.5 \pm 0.5)$  км;

– невозможность компенсации горизонтальной скорости и управления угловым движением вокруг центра масс, что зачастую приводит к опроки-

дыванию спускаемого аппарата «Союз ТМА» на боковую поверхность, что исключает использование его корпуса для повторного полёта.

## 1. Постановка задачи.

Целью данной работы является разработка алгоритма управления парашютно-реактивной посадкой ВА ПТК НП для обеспечения безударного касания земной поверхности, что является одним из главных требований к средствам приземления ВА ПТК НП для обеспечения его многоразовости.

Для решения поставленной задачи, необходимо:

- выдать разовую команду на включение ПТДУ;
- выдать разовую команду на отстрел парашютов;
- определить постоянный уровень требуемой суммарной тяги и стабилизировать соответствующее давление в ПТДУ, управляя суммарной площадью критических сечений всех сопел в соответствии с алгоритмом разработчиков ПТДУ;
- дифференцированно управлять критическими сечениями восьми основных и четырех дополнительных сопел ПТДУ для создания требуемых тяг и моментов с целью гашения скорости ВА и приведения его в требуемое угловое положение к моменту касания грунта;
- по касанию вскрыть клапаны гашения тяги и закрыть все сопла ПТДУ.

## 2. Математическое построение аналитического решения.

### 2.1. Математическая постановка решаемой задачи.

Перед включением ПТДУ при спуске возвращаемого аппарата на парашютах измеряются следующие параметры движения ВА:

- высота ВА над посадочной площадкой  $H$ ;
- скорость снижения ВА  $V_B$ ;
- боковая скорость ВА  $V_T$ .

Высота и скорость снижения ВА измеряются и в процессе работы ПТДУ.

Требуется средствами ПТДУ одновременно погасить скорость снижения и боковую скорость на момент касания посадочной площадки, то есть при достижении  $H = H_K$  должно быть  $V_B = V_{BK}$  и  $V_T = V_{TK}$  (без учета методических погрешностей алгоритма и возмущающих факторов), где

$H_K$  – расчетная высота (показания высотомера) на момент касания;

$V_{BK}$  – расчетная скорость снижения при касании;

$V_{TK}$  – расчетная боковая скорость при касании.

Далее будут использоваться следующие обозначения для искомых величин:

$H_0$  – высота включения ПТДУ;

$R$  – суммарная сила тяги вдоль осей всех сопел ПТДУ;

$R_8$  – суммарная сила тяги вдоль осей восьми основных сопел;

$R_4$  – суммарная сила тяги вдоль осей четырех дополнительных сопел.

## 2.2. Принципы построения алгоритма гашения скорости.

В описываемом ниже алгоритме решения задачи, используются следующие параметры, которые считаются известными:

$M$  – масса ВА ПТК НП;

$g$  – ускорение свободного падения;

$\varphi$  – угол отклонения осей основных сопел от продольной оси ВА;

$\alpha$  – угол отклонения осей дополнительных сопел от поперечной плоскости ВА.

Построение алгоритма основано на аналитическом решении модельной задачи о равноускоренном движении материальной точки постоянной массы под действием постоянного гравитационного ускорения и постоянной (как по величине, так и по направлению) тяги. Влияние парашюта после включения ПТДУ, отклонения посадочной площадки от горизонтальной плоскости, отклонения продольной оси ВА от вертикали и ошибки ориентирования ВА дополнительными соплами против боковой скорости не учитываются.

Вертикальная  $W_B$  и горизонтальная  $W_T$  составляющие полного ускорения выражаются в этом случае формулами:

$$W_B = \frac{R_8 \cos \varphi + R_4 \sin \alpha}{M} - g, \quad W_T = \frac{R_4 \cos \alpha}{M}.$$

Обозначив через  $T$  оставшееся до касания время, из условия гашения на момент касания скорости снижения получим:

$$V_B - V_{BK} = W_B T.$$

А из условия гашения на момент касания боковой скорости получим:

$$V_T - V_{TK} = W_T T.$$

Откуда следует равенство:

$$(V_T - V_{TK})W_B = (V_B - V_{BK})W_T.$$

Используя выписанные выражения для компонент полного ускорения, получим уравнение, связывающее тяги  $R_4$  и  $R_8$ . Поскольку имеется второе уравнение, которое связывает  $R_4$  и  $R_8$  с суммарной тягой  $R = R_4 + R_8$ , целесообразно выразить  $R_4$  и  $R_8$  через  $R$ :

$$R_4 = (V_T - V_{TK}) \frac{R \cos \varphi - Mg}{(V_B - V_{BK}) \cos \alpha + (V_T - V_{TK})(\cos \varphi - \sin \alpha)},$$

$$R_8 = R - R_4 = \frac{(V_B - V_{BK})R \cos \alpha + (V_\Gamma - V_{\Gamma K})(Mg - R \sin \varphi)}{(V_B - V_{BK}) \cos \alpha + (V_\Gamma - V_{\Gamma K})(\cos \varphi - \sin \alpha)}.$$

Выражения для горизонтальной  $W_\Gamma$  и вертикальной  $W_B$  составляющих полного ускорения после подстановки в них этих формул для  $R_4$  и  $R_8$  принимают вид:

$$W_\Gamma = (V_\Gamma - V_{\Gamma K}) \frac{R \cos \varphi / M - g}{(V_B - V_{BK}) + (V_\Gamma - V_{\Gamma K})(\cos \varphi - \sin \alpha) / \cos \alpha},$$

$$W_B = (V_B - V_{BK}) \frac{R \cos \varphi / M - g}{(V_B - V_{BK}) + (V_\Gamma - V_{\Gamma K})(\cos \varphi - \sin \alpha) / \cos \alpha}.$$

Для времени  $T$ , соответственно, получим:

$$T = \frac{(V_B - V_{BK}) + (V_\Gamma - V_{\Gamma K})(\cos \varphi - \sin \alpha) / \cos \alpha}{R \cos \varphi / M - g}.$$

Само условие касания (достижения расчетной высоты касания  $H_K$  через время  $T$ ) имеет вид:

$$H_0 - V_B T + \frac{W_B T^2}{2} = H_K.$$

Исключая  $T$  из условия гашения скорости снижения при касании до расчетной, получим:

$$V_B^2 - V_{BK}^2 = 2W_B(H_0 - H_K).$$

Что приводит к уравнению, связывающему высоту с суммарной тягой:

$$H_0 - H_K = \frac{1}{R \cos \varphi / M - g} \frac{V_B^2 - V_{BK}^2}{2} \left( 1 + \frac{V_\Gamma - V_{\Gamma K}}{V_B - V_{BK}} \frac{\cos \varphi - \sin \alpha}{\cos \alpha} \right).$$

Выписанные формулы относятся к задаче гашения скорости снижения и боковой скорости с помощью заранее выбранной тяги и ее распределения на основные и дополнительные сопла за один этап.

Рассмотрим теперь на этой основе задачу гашения скорости снижения и боковой скорости за два этапа: на первом этапе вся тяга создается только основными соплами (для “прослабления” строп парашюта), а дополнительные сопла подключаются на втором этапе (временем, требующимся для перераспределения тяги, пренебрегаем).

Обозначим:

$H_1$  – высота в момент перераспределения тяги;

$V_1$  – расчетная скорость снижения при перераспределении тяги;

$T_1$  – продолжительность первого этапа;

$T_2$  – продолжительность второго этапа;



$T = T_1 + T_2$  – время от включения ПТДУ до касания.

Тогда для первого этапа, на котором боковая скорость не гасится, получим:

$$T_1 = \frac{V_B - V_1}{R \cos \varphi / M - g}; \quad H_0 - H_1 = \frac{1}{R \cos \varphi / M - g} \frac{V_B^2 - V_1^2}{2};$$

аналогично, для второго этапа имеем:

$$T_2 = \frac{(V_1 - V_{BK}) + (V_\Gamma - V_{\Gamma K})(\cos \varphi - \sin \alpha) / \cos \alpha}{R \cos \varphi / M - g};$$

$$H_1 - H_K = \frac{1}{R \cos \varphi / M - g} \frac{V_1^2 - V_{BK}^2}{2} \left( 1 + \frac{V_\Gamma - V_{\Gamma K}}{V_1 - V_{BK}} \frac{\cos \varphi - \sin \alpha}{\cos \alpha} \right).$$

Складывая полученные формулы, получим выражение для времени от включения ПТДУ до касания и искомую формулу для высоты включения ПТДУ:

$$T = \frac{(V_B - V_{BK}) + (V_\Gamma - V_{\Gamma K})(\cos \varphi - \sin \alpha) / \cos \alpha}{R \cos \varphi / M - g};$$

$$H_0 - H_K = \frac{V_B^2 - V_{BK}^2 + (V_\Gamma - V_{\Gamma K})(V_1 - V_{BK})(\cos \varphi - \sin \alpha) / \cos \alpha}{2(R \cos \varphi / M - g)}.$$

## 2.3. Формулировка алгоритма гашения скорости при посадке на ПТДУ.

### 2.3.1. Алгоритм включения ПТДУ.

В соответствии с описанными выше принципами команда на включение ПТДУ должна выдаваться при выполнении условия:

$$H \leq H_0 = H_K + \frac{V_B^2 - V_{BK}^2 + \frac{(V_\Gamma - V_{\Gamma K})(V_1 + V_{BK})(\cos \varphi - \sin \alpha)}{\cos \alpha}}{2(R \cos \varphi / M - g)} + V_B \tau,$$

где  $R$  – задаваемый уровень суммарной тяги (при этом  $R_4 = 0, R_8 = R$ );

$\tau$  – расчетное время задержки исполнения при наборе тяги.

Уровень суммарной тяги  $R$  должен выбираться с учетом того, чтобы в момент включения ПТДУ высота ВА измерялась с достаточной точностью (точность измерения высоты растет с уменьшением высоты, а высота включения ПТДУ уменьшается с увеличением тяги). Зафиксированные на момент включения величины скорости снижения и боковой скорости далее обозначаются, соответственно, как  $V_B$  и  $V_\Gamma$ .

### 2.3.2. Алгоритм перераспределения тяги.

Требующиеся величины тяг на втором этапе определяются выражениями:

$$R_4 = (V_\Gamma - V_{\Gamma K}) \frac{R \cos \varphi - Mg}{(V_1 - V_{BK}) \cos \alpha + (V_\Gamma - V_{\Gamma K})(\cos \varphi - \sin \alpha)}, \quad R_8 = R - R_4.$$

Постоянный уровень суммарной тяги  $R$  (общий для обоих этапов) должен выбираться с учетом того, чтобы рассчитанное по этим формулам распределение тяги на основные и дополнительные сопла было физически реализуемо, и чтобы тяга через основные сопла оставалась достаточно большой для обеспечения управления ориентацией ВА. Перераспределение тяги должно начинаться при выполнении условия:

$$V \leq V_1,$$

или при выполнении условия:

$$H \leq H_1 = H_K + \frac{V_1^2 - V_{BK}^2 + \frac{(V_\Gamma - V_{\Gamma K})(V_1 + V_{BK})(\cos \varphi - \sin \alpha)}{\cos \alpha}}{2(R \cos \varphi / M - g)} + V_1 \tau_1,$$

либо если время от включения ПТДУ превысило величину:

$$t = \frac{V_B - V_1}{R \cos \varphi / M - g} + \tau - \tau_1,$$

где  $\tau_1$  – расчетное время задержки при перераспределении тяги.

### 2.3.3. Алгоритм отключения ПТДУ.

Вскрытие клапанов гашения тяги и закрытие всех сопел ПТДУ должно производиться по касанию грунта или при выполнении условия:

$$V \leq V_k.$$

Так как вариант с поддержанием достигнутой расчетной скорости снижения (в том числе вариант с зависанием) невозможен, поскольку тяговооруженность ВА значительно больше единицы даже при минимально допустимой тяге ПТДУ.

Введенные при формулировке алгоритма положительные константы  $\tau_{11}$  должны выбираться по результатам моделирования.

## 2.4. Задача управления ориентацией ВА при посадке на ПТДУ.

Посадочная площадка считается плоской, но может иметь наклон по отношению к местной горизонтальной плоскости. В процессе работы ПТДУ измеряются положение нормали к посадочной площадке и вектор угловой скорости ВА. Измерения производятся в связанном с ВА базисе, орт  $\vec{e}_x$  которого направлен вдоль продольной оси ВА в сторону днища; перпендикулярный ему орт  $\vec{e}_y$  направлен в сторону противоположную тяги дополнительных сопел, а орт  $\vec{e}_z$  дополняет базис до правого. Далее считаются измеряемыми следующие параметры по трем каналам углового движения ВА.

По каналу тангажа:

$\vartheta_z$  – угол поворота вокруг  $\vec{e}_z$ , совмещающего орт проекции на плоскость  $XU$  нормали к посадочной площадке с ортом  $\vec{e}_x$ ;

$\omega_z$  –  $Z$ -компонента вектора угловой скорости ВА.

По каналу курса (рыскания):

$\vartheta_y$  – угол поворота вокруг  $\vec{e}_y$ , совмещающего орт проекции на плоскость  $XZ$  нормали к посадочной площадке с ортом  $\vec{e}_x$ ;

$\omega_y$  –  $Y$ -компонента вектора угловой скорости ВА.

По каналу крена:

$\omega_x$  –  $X$ -компонента вектора угловой скорости ВА.

Требуется средствами ПТДУ одновременно уменьшать углы и угловые скорости по всем трем каналам углового движения, так чтобы на момент касания отклонение продольной оси ВА от нормали к посадочной площадке и величины угловых скоростей не превышали заданных ограничений. По каналу крена ВА должен быть перед включением развернут в требуемое положение, задача изменения этого положения в процессе работы ПТДУ не ставится (требуется только гасить угловую скорость по крену).

Необходимо управлять угловым движением путем создания чистых моментов сил по всем трем каналам за счет дифференцированных поправок к тяге основных сопел ПТДУ. Далее будут использоваться следующие обозначения для искомых величин:

$\delta R_z$  – поправка к тяге по каналу тангажа;

$\delta R_y$  – поправка к тяге по каналу курса;

$\delta R_x$  – поправка к тяге по каналу крена.

## 2.5. Принципы создания управляющих моментов ПТДУ.

Создание управляющего момента по одному каналу углового движения (тангажа, курса или крена) обеспечивается за счет перераспределения расхода продуктов сгорания твердого ракетного топлива между четырьмя соплами путем изменения критического сечения каждого сопла без изменения суммарной площади критических сечений данной четверки сопел. Считается, что суммарная тяга вдоль осей всех сопел ПТДУ зависит только от суммарной площади критических сечений всех сопел ПТДУ, тяга каждого сопла прямо пропорциональна площади его критического сечения, а площадь критического сечения сопла прямо пропорциональна управляющему сигналу, выдаваемому СУДН в соответствующий электропривод.

Для создания управляющих моментов используются только восемь основных сопел ПТДУ, расположенных на боковой поверхности ВА под углом  $\varphi$  к продольной оси  $X$  ВА. Указанные 8 сопел образуют четыре пары. Линии действия тяг сопел каждой пары параллельны, что позволяет создавать чистый момент сил путем увеличения силы тяги одного сопла с одновременным уменьшением на ту же величину силы тяги другого сопла пары. Векторы чистых моментов каждой из четырех пар проходят под углом  $\varphi$  к поперечной плоскости  $YZBA$ , причем два из них лежат в продольной плоскости  $XY$  ВА (I–III), а два других – в продольной плоскости  $XZ$  ВА (II–IV). Комбинируя моменты двух пар в плоскости  $XZ$ , можно получить чистый управляющий момент сил вокруг оси  $Z$  (по тангажу) или вокруг оси  $X$  (по крену). Аналогично, комбинируя моменты двух пар в плоскости  $XY$ , можно получить чистый управляющий момент сил вокруг оси  $Y$  (по курсу) или вокруг оси  $X$  (по крену). Таким образом, восьмерка основных сопел разбивается на тангажную и курсовую четверки, причем дополнительно с помощью каждой из этих четверок может осуществляться управление по каналу крена. Из-за наличия заметного возмущающего момента по тангажу (так называемого эксцентриситета тяги из-за смещения центра масс от продольной оси геометрической симметрии ВА в направлении оси  $Y$ ) целесообразно использовать

для создания управляющего момента по крену курсовую четверку сопел как основную, а тангажную четверку как дополнительную.

Рассмотрим связь между величиной поправки к тяге  $\delta R$  и величиной создаваемого момента сил  $M$  по каналу тангажа или курса. В результате сложения двух векторов (составляющих угол  $\varphi$  с требуемым направлением и симметрично расположенных относительно него) моментов одинаковой величины  $M_2$  от двух пар сопел соответствующей четверки, получим, что  $M = 2M_2 \cos \varphi$ . Величина момента  $M_2$ , создаваемого парой сопел, равна произведению известного расстояния между линиями действия тяг сопел  $D$  на величину изменения тяги сопла  $\delta R$  относительно среднего уровня тяги используемой четверки сопел  $M_2 = D\delta R$ . В результате имеем:

$$\delta R = \frac{M}{2D \cos \varphi}.$$

Аналогичная формула для канала крена отличается только заменой в знаменателе  $\cos \varphi$  на  $\sin \varphi$ .

В принципе имеется возможность создания чистого момента сил и с помощью четырех дополнительных сопел ПТДУ. Но расстояния между линиями действия тяг в парах дополнительных сопел в несколько раз меньше, а направление создаваемого момента не позволяет использовать его для управления в канале крена без создания возмущающего момента в канале курса. Кроме того, отказаться от управления по крену с помощью основных сопел все равно нельзя, поскольку дополнительные сопла работают не все время; кроме того, гашение угловой скорости по крену может потребоваться и при отсутствии боковой скорости, когда дополнительные сопла вообще не используются.



## 2.6. Принципы построения алгоритма угловой стабилизации.

В описываемом ниже алгоритме решения задачи используются следующие параметры, которые считаются известными:

$J_x$  – центральный момент инерции ВА ПТК НП вокруг оси  $X$ ;

$J_y$  – центральный момент инерции ВА ПТК НП вокруг оси  $Y$ ;

$J_z$  – центральный момент инерции ВА ПТК НП вокруг оси  $Z$ .

Управление угловым движением производится по трем каналам, взаимосвязи между которыми при построении алгоритма управления не учитываются.

Построение алгоритма стабилизации по каналам тангажа и курса основано на решении задачи стабилизации по углу  $\vartheta$  и угловой скорости  $\omega$  с помощью управляющего момента сил  $M$  для модельной системы уравнений углового движения ( $J$  – момент инерции для соответствующего канала):

$$\dot{\vartheta} = \frac{d\vartheta}{dt} = \omega, \quad \ddot{\vartheta} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{M}{J}.$$

Приведение из начального положения в начало координат фазовой плоскости ( $\vartheta = 0, \dot{\vartheta} = 0$ ) с помощью постоянного момента  $M$  в общем случае невозможно. Учитывая требование гладкой и простой зависимости момента от угла и угловой скорости, будем строить управление в виде:

$$M = -k_{\vartheta}\vartheta - k_{\omega}\omega,$$

где  $k_{\vartheta}$  и  $k_{\omega}$  – постоянные коэффициенты обратной связи по углу и угловой скорости. В результате рассматриваемые уравнения движения для одного канала управления угловым движением сводятся к одному линейному дифференциальному уравнению второго порядка с постоянными коэффициентами

$$\ddot{\vartheta} + \frac{k_{\omega}}{J}\dot{\vartheta} + \frac{k_{\vartheta}}{J}\vartheta = 0.$$

Это уравнение не имеет в общем случае решения, приводящего за конечное время в начало координат фазовой плоскости, но имеет устраивающее нас решение, представляющее собой при выполнении условий:

$$k_{\omega} > 0 \text{ и } k_{\vartheta} > \frac{k_{\omega}^2}{4J}.$$

Данное решение представляет собой затухающий колебательный процесс, сходящийся к положению с нулевым углом и угловой скоростью:

$$\vartheta = e^{-\lambda t} \left( \vartheta_0 \cos \Omega t + \frac{\lambda \vartheta_0 + \omega_0}{\Omega} \sin \Omega t \right),$$

$$\omega = e^{-\lambda t} \left( \omega_0 \cos \Omega t + \frac{\lambda \omega_0 + (\Omega^2 + \lambda^2) \vartheta_0}{\Omega} \sin \Omega t \right),$$

$$\text{где } \lambda = \frac{k_\omega}{2J}, \quad \Omega = \sqrt{\frac{k_\vartheta}{J} - \lambda^2}.$$

Чтобы процесс имел требуемые частоту  $\Omega$  и коэффициент затухания  $\lambda$ , коэффициенты обратной связи по углу и угловой скорости должны быть следующими:

$$k_\vartheta = J(\Omega^2 + \lambda^2), \quad k_\omega = 2J\lambda.$$

Выбирая

$$\lambda = \Omega = \frac{\pi}{2T_0},$$

где  $T_0$  – характерное время процесса, получим:

$$\vartheta|_{t=T_0} = e^{-\frac{\pi}{2}} \left( \vartheta_0 + \frac{2}{\pi} \omega_0 T_0 \right), \quad \omega|_{t=T_0} = e^{-\frac{\pi}{2}} \left( \omega_0 + \frac{\pi \vartheta_0}{2 T_0} \right).$$

Выбранные параметры обеспечивают достаточно эффективное гашение начальных отклонений по углу  $\vartheta_0$  и угловой скорости  $\omega_0$  (за счет масштабного множителя  $e^{-\frac{\pi}{2}} \approx 0.135$ ) и отсутствие перерегулирований (за счет того, что характерное время процесса составляет четверть периода колебаний). В качестве времени  $T_0$  целесообразно использовать оценку времени от включения ПТДУ до касания грунта.

Алгоритм стабилизации по каналу крена можно попытаться построить на основе имеющегося решения задачи гашения угловой скорости  $\omega$  до нуля с помощью постоянного управляющего момента сил  $M$  для модельного уравнения углового движения ( $J$  – момент инерции):

$$\dot{\omega} = \frac{d\omega}{dt} = \frac{M}{J}.$$

Обозначив через  $T$  оставшееся до гашения угловой скорости время, получим выражение для требуемого момента сил:

$$M = -\frac{J}{T} \omega,$$

которое вырождается при  $T \rightarrow 0$ . Поэтому, с учетом требования глад-

кой и простой зависимости момента от угловой скорости, будем строить управление в виде:

$$M = -k_{\omega}\omega,$$

где  $k_{\omega}$  – постоянный коэффициент обратной связи по угловой скорости.

В этом случае дифференциальное уравнение движения:

$$\dot{\omega} + \frac{k_{\omega}}{J}\omega = 0$$

имеет при  $k_{\omega} > 0$  устраивающее нас затухающее решение:

$$\omega = \omega_0 e^{-\lambda t}, \text{ где } \lambda = \frac{k_{\omega}}{J}.$$

Выбирая (тот же, что и для других каналов) параметр:

$$\lambda = \frac{\pi}{2T_0},$$

где  $T_0$  – характерное время процесса, получим:

$$\omega|_{t=T_0} = \omega_0 e^{-\frac{\pi}{2}}.$$

То есть достаточно эффективное гашение начальной угловой скорости по крену. В качестве времени  $T_0$  здесь также целесообразно использовать оценку времени от включения ПТДУ до касания грунта.

## 2.7. Формулировка алгоритма угловой стабилизации.

### 2.7.1. Алгоритм стабилизации по тангажу.

В соответствии с описанными выше принципами поправка к тяге по каналу тангажа вычисляется следующим образом. Сначала вычисляется оценка требуемой поправки к тяге:

$$\delta R_z^* = \frac{-k_{\vartheta_z} \vartheta_z - k_{\omega_z} \omega_z - M_e}{2D \cos \varphi}, \quad k_{\vartheta_z} = \frac{\pi^2 J_z}{4T_0^2}, \quad k_{\omega_z} = \frac{\pi J_z}{T_0},$$
$$T_0 = \frac{(V_B - V_{BK}) + (V_T - V_{TK})(\cos \varphi - \sin \alpha) / \cos \alpha}{R \cos \varphi / M - g}, \quad M_e = Y_T R_8 \cos \varphi.$$

Здесь помимо обратной связи по углу и угловой скорости в явном виде компенсируется момент сил, вызванный эксцентриситетом тяги  $R_8$  основных сопел,  $Y_T$  – известное смещение центра масс ВА от оси симметрии расположения основных сопел ПТДУ. Время  $T_0$  вычисляется по величинам вертикальной  $V_B$  и горизонтальной  $V_T$  составляющих скорости ВА, зафиксированных к моменту выдачи команды на включение ПТДУ. Если вычисленная оценка поправки к тяге  $\delta R_z^*$  допустима, то она и задается как требующаяся поправка к тяге по каналу тангажа  $\delta R_z$ . Если вычисленная оценка поправки к тяге  $\delta R_z^*$  не реализуема, то вычисляется максимально допустимая поправка того же знака, что и  $\delta R_z^*$ , которая и берется в качестве требующейся поправки к тяге по каналу тангажа  $\delta R_z$ .

Ограничение на допустимую величину поправки к тяге связано с тем, что для ее реализации необходимо в двух соплах тангажной четверки увеличить критические сечения, а в двух других – уменьшить на ту же величину относительно средней площади критического сечения основных сопел. В зависимости от средней площади критического сечения основных сопел (зависящей от суммарных тяг  $R_8$  и  $R_4$  основных и дополнительных сопел) рассматриваемое ограничение достигается, когда два сопла тангажной четверки полностью закрываются или когда два других сопла полностью открываются.

### 2.7.2. Алгоритм стабилизации по курсу.

Оценка требуемой поправки к тяге по каналу курса вычисляется аналогично соответствующей оценке для канала тангажа, но без учета поправки на эксцентриситет тяги, поскольку центр масс ВА расположен в плоскости  $XU$  (без учета разброса):

$$\delta R_y^* = \frac{-k_{\vartheta_y} \vartheta_y - k_{\omega_y} \omega_y}{2D \cos \varphi}, \quad k_{\vartheta_y} = \frac{\pi^2 J_y}{4T_0^2}, \quad k_{\omega_z} = \frac{\pi J_y}{T_0}.$$

Если вычисленная оценка поправки к тяге  $\delta R_y^*$  допустима, то она и задается как требующаяся поправка к тяге по каналу курса  $\delta R_y$ . Если вычисленная оценка поправки к тяге  $\delta R_y^*$  не реализуема, то вычисляется максимально допустимая поправка того же знака, что и  $\delta R_y^*$ , которая и берется в качестве требующейся поправки к тяге по каналу курса  $\delta R_y$ .

Ограничение на допустимую величину поправки к тяге связано с тем, что для ее реализации необходимо в двух соплах курсовой четверки увеличить критические сечения, а в двух других – уменьшить на ту же величину относительно средней площади критического сечения основных сопел. В зависимости от средней площади критического сечения основных сопел (зависящей от суммарных тяг  $R_8$  и  $R_4$  основных и дополнительных сопел) рассматриваемое ограничение достигается, когда два сопла курсовой четверки полностью закрываются или когда два других сопла полностью открываются.

### 2.7.3. Алгоритм стабилизации по крену.

Оценка требуемой поправки к тяге по каналу крена вычисляется с учетом отсутствия обратной связи по углу и изменившегося угла между векторами моментов от пар сопел.

$$\delta R_x^* = \frac{-k_{\omega_x} \omega_x}{2D \sin \varphi}, \quad k_{\omega_x} = \frac{\pi J_x}{T_0}.$$

Если вычисленная оценка поправки к тяге  $\delta R_x^*$  допустима, то она и задается как требующаяся поправка к тяге по каналу крена  $\delta R_x$ . Если вычисленная оценка поправки к тяге  $\delta R_x^*$  не реализуема, то вычисляется максимально допустимая поправка того же знака, что и  $\delta R_x^*$ , которая и берется в качестве требующейся поправки к тяге по каналу крена  $\delta R_x$ .

При расчете ограничения на допустимую величину поправки к тяге здесь необходимо учитывать следующие обстоятельства. В качестве основной четверки сопел для управления по крену используется курсовая четверка. Для создания управляющего момента по крену необходимо в двух соплах курсовой четверки увеличить критические сечения, а в двух других уменьшить по сравнению с теми значениями, которые рассчитаны из условия обеспечения требуемой суммарной тяги и требуемой поправки к тяге по каналу курса. Но из тех двух сопел, в которых нужно уменьшить критическое сечение для создания момента по крену, и тех двух сопел, в которых нужно уменьшить критическое сечение для создания момента по курсу, одно будет общим. Аналогично, при распределении тяги по соплам курсовой четверки для одновременного создания моментов по курсу и крену в одном из четырех сопел придется увеличить критическое сечение как за счет требуемой поправки по каналу курсу, так и за счет рассчитываемой поправки по каналу крена. В зависимости от средней площади критического сечения основных сопел и требуемой курсовой поправки к тяге  $\delta R_y$ , ограничение на величину дополнительной поправки к тяге для создания момента по крену курсовой четверкой достигается, когда одно сопло курсовой четверки полностью закрывается или полностью открывается. Если это ограничение достигнуто, то дополнительно для создания управляющего момента по крену задействуется

тангажная четверка, для которой имеется аналогичное ограничение. Вычисленная оценка поправки к тяге  $\delta R_x^*$  считается не реализуемой, если исчерпаны возможности увеличения чистого момента соответствующего знака по каналу крена с использованием как курсовой, так и тангажной четверок со-  
пел.

### 3. Анализ работы ПТДУ.

При решении задачи используется циклограмма включения ПТДУ разработанная проектным отделом (см. Приложение). Согласно циклограмме разделим работу алгоритма управлением парашютно-реактивной посадкой на следующие участки:

– спуск на парашютной системе с постоянной вертикальной скоростью  $(6.5 \pm 1.4) \text{ м/с}$  и постоянной горизонтальной скоростью, не превосходящей  $15 \text{ м/с}$ . Предполагается, что задача угловой стабилизации ВА при движении на парашютной системе полностью решена, относительное движение ВА и парашютной системы отсутствует, ось симметрии парашютной системы совпадает с осью симметрии ВА, двигатели ПТДУ выставлены в направлении горизонтальной скорости ВА.

– участок гашения вертикальной скорости ВА с помощью двигателей ПТДУ, в конце данного участка происходит отстрел парашютной системы. Предполагается, что угловая скорость вокруг оси вращения отсутствует, угловая скорость в канале тангажа и рысканья  $\pm 3^0/\text{с}$ , максимальный угол отклонения оси симметрии ВА от местной вертикали не превышает  $12^0$ ;

– участок полного гашения горизонтальной скорости ВА. Предполагается, что вертикальное движение ВА происходит с ускорением в  $0.1g$ ;

– участок окончательного гашения вертикальной скорости для совершения безударного касания поверхности.

Проанализируем воздействия, оказываемые ПТДУ. Для этого примем массово-центровочные характеристики, приведенные в приложении. Там же приведены силы и моменты, создаваемые двигателями ПТДУ из расчета, что их тяга составляет 1 килограмм. Все расчеты произведены в связанной системе координат, центр которой совпадает с положением центра масс, ось OX направлена к лобовому щиту, ось OY направлена против действия силы боковых двигателей ПТДУ, ось OZ дополняет систему до правой. Схема двигателей, с веденной для них нумерацией, также приведена в приложении.

Считается, что суммарная тяга двигателей лежит в диапазоне от 15 до



22.5 тонн. Для анализа выберем суммарную тягу в 20 тонн. В результате работы восьми горизонтальных двигателей с одинаковой тягой в 2.5 тонны из-за смещения центра масс будет создаваться побочный момент вокруг оси  $O_{ц.м.}Z$  в 1195.6Нм, что приводит к угловому ускорению в  $5.53^{\circ}/с$ , следовательно за время работы ПТДУ в 1 секунду в таком режиме произойдет поворот вокруг оси  $O_{ц.м.}Z$  на  $5.53$  градуса. Помимо того, что подобный угол наклона не приемлем для средств приземления, из-за поворота появится боковая сила примерно в 5300Н, которая за 1 секунду добавит горизонтальной скорости  $0.8м/с$ . Следовательно, для избегания подобного явления необходимо перераспределить тягу между двигателями, чтобы компенсировать момент, возникающий из-за смещения положения центра масс.

Таким образом, к тягам двигателей  $R_1$  и  $R_8$  добавим тягу  $\delta R_1$ , тяги двигателей  $R_4$  и  $R_5$  уменьшим на  $\delta R_1$ , к тягам двигателей  $R_2$  и  $R_7$  добавим тягу  $\delta R_2$ , тяги двигателей  $R_3$  и  $R_6$  уменьшим на тягу  $\delta R_2$  (изначально считается, что  $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = R$ ). При подобном изменении тяг, суммарные моменты относительно осей  $O_{ц.м.}X$  и  $O_{ц.м.}Y$  останутся равными нулю, значения поправок вычислим из требования создания нулевого момента относительно оси  $O_{ц.м.}Z$ :

$$0.729(R - \delta R_1) - 0.607(R + \delta R_1) = 0.0,$$

$$0.759(R - \delta R_2) - 0.637(R + \delta R_2) = 0.0.$$

Откуда:

$$\delta R_1 = \frac{0,729-0,607}{0,729+0,607} R = \frac{0.122}{1.336} R = 228.3\text{кг},$$

$$\delta R_2 = \frac{0,759-0,637}{0,759+0,637} R = \frac{0.122}{1.396} R = 218.5\text{кг}.$$

Поправка  $\delta R_2$  не приводит к созданию боковой силы, в свою очередь из-за поправки  $\delta R_1$  возникает боковая сила примерно в 7000Н, разгоняющая аппарат в направлении оси  $O_{ц.м.}Y$  на  $1,0$  м/с за одну секунду, что негативно скажется на динамике ВА, висящего на парашютной системе. Следовательно, для гашения вертикальной скорости несбалансированный момент, возникающий из-за смещения центра масс, лучше воспользоваться только двигателями  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_6$  и  $R_7$ . Необходимая добавка по тяге  $\delta R$  вычисляется следующим образом:

$$R(0.729 - 0.607 + 0.759 - 0.637) = \delta R(0.759 + 0.637).$$

Откуда:

$$\delta R = \frac{0.244}{1.396} R = 437.0 \text{ кг.}$$

Таким образом, на первом участке работы, из расчета суммарной тяги в 20 тонн, необходимо установить следующие тяги:

$$R_1 = R_4 = R_5 = R_8 = 2500.0 \text{ кг,}$$

$$R_2 = R_7 = 2937.0 \text{ кг,}$$

$$R_3 = R_6 = 2063.0 \text{ кг,}$$

$$R_9 = R_{10} = R_{11} = R_{12} = 0.0 \text{ кг.}$$

Учитывая, что максимальная тяга индивидуального сопла при суммарной тяге в 20 тонн равна 3156.0 кг, получаем, что возможностей ПТДУ достаточно для компенсации возмущающего момента (см. Приложение), возникающего из-за смещения центра масс.

Потерю высоты, которая происходит на первом участке можно определить исходя из уравнения движения, считая что первый участок длится до того момента, пока вертикальная скорость не станет примерно равной нулю:

$$Ma = SC_x \frac{\rho V^2}{2} - Mg + 0.623 R_I g,$$

где  $M$  – масса ВА, а первое слагаемое представляет собой силу, с которой действует парашютная система на ВА.

Из условия, что перед включением ПТДУ возвращаемый аппарат, спускаясь на парашютной системе, движется равномерно с вертикальной скоростью  $V_B = (6.5 \pm 1.4) \text{ м/с}$ :

$$SC_x \frac{\rho V_B^2}{2} = Mg.$$

Откуда имеем:

$$SC_x \frac{\rho}{2} = \frac{Mg}{V_B^2}.$$

Следовательно, для уравнения движением на первом участке имеем:

$$Ma = Mg \left( \frac{V^2 - V_B^2}{V_B^2} \right) + 0.623 R_I g,$$

или в дифференциальном виде:

$$\frac{V_B^2 dV}{V^2 + V_B^2 \left( \frac{0.623 R_I - M}{M} \right)} = g dt.$$

Следовательно, проинтегрировав данное уравнение, получим закон изменения скорости от времени:

$$\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{M}{0.623R_I - M}} - \operatorname{arctg} \left( \frac{V}{V_B} \sqrt{\frac{M}{0.623R_I - M}} \right) = \frac{gt}{V_B}.$$

Откуда, для длительности первого участка, имеем:

$$T_1 = \frac{V_B}{g} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{M}{0.623R_I - M}} = 0.56 \text{ с, оценка произведена для номинальной}$$

вертикальной скорости  $V_B = 6.5 \text{ м/с}$ .

Откуда получаем дифференциальное уравнение для потерянной высоты:

$$dH = V_B \sqrt{\frac{0.623R_I - M}{M}} \operatorname{tg} \left( \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{M}{0.623R_I - M}} - \frac{gt}{V_B} \right) dt.$$

Следовательно, для высоты включения ПТДУ и начала первого участка имеем:

$$H_1 = H_2 - \frac{V_B^2}{g} \sqrt{\frac{0.623R_I - M}{M}} \ln \left( \cos \frac{gT_1}{V_B} \right),$$

где  $H_2$  – высота, на которой начинается второй участок работы ПТДУ.

Т.е. при номинальной скорости движения ВА перед включением ПТДУ, потеря высоты на первом участке составит:

$$\Delta H_1 = - \frac{V_B^2}{g} \sqrt{\frac{0.623R_I - M}{M}} \ln \left( \cos \frac{gT_1}{V_B} \right) = 1.57 \text{ м.}$$

На втором участке работы ПТДУ, происходит гашение вертикальной скорости с помощью включения горизонтальных двигателей на суммарную тягу  $R_\Gamma$ , что приведет к созданию паразитного момента относительно оси  $O_{ц.м.}Z$  равный  $0.214 \frac{R_\Gamma}{4}$ . Исходя из данных о возможностях ПТДУ, определим суммарную горизонтальную и вертикальную тяги. На втором участке движения создаем такие тяги, чтобы вертикальное движение происходило с ускорением  $0.1g$ , следовательно, выбираем суммарную вертикальную и горизонтальную тяги из следующих условий:

$$0.623R_B + 0.242R_\Gamma = 0.9M,$$

где  $M$  – масса ВА, для оценочного расчета равна 6.94 тоннам.

$R_B + R_\Gamma = R_{II}$  – полная суммарная тяга, для оценочного расчета приня-

та 14.5 тоннам.

Откуда для суммарных тяг имеем, считается, что масса ВА аппарата 6.94 тонны:

$$R_B = \frac{0.9M - 0.242R_{II}}{0.381} = 7183.73 \text{ кг},$$

Откуда, для суммарной горизонтальной тяги имеем:

$$R_T = 7316.27 \text{ кг}.$$

Вычислим необходимое перераспределение тяги в двигателях  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_6$  и  $R_7$ , для гашения возмущающего момента, возникающего из-за смещения центра масс, и паразитного момента, возникающего из-за работы горизонтальных двигателей:

$$2 \frac{R_B}{8} (0.729 - 0.607 + 0.759 - 0.637) + 0.214 \frac{R_T}{4} = 2\delta R (0.759 + 0.637).$$

Откуда:

$$\delta R = \frac{0.244R_B + 0.214R_T}{11.168} = 297.14 \text{ кг}.$$

Таким образом, на втором участке работы необходимо установить следующие тяги:

$$R_1 = R_4 = R_5 = R_8 = 897.97 \text{ кг},$$

$$R_2 = R_7 = 1195.11 \text{ кг},$$

$$R_3 = R_6 = 600.83 \text{ кг},$$

$$R_9 = R_{10} = R_{11} = R_{12} = 1829.07 \text{ кг}.$$

Для определения высоты включения ПТДУ прежде всего определим длительность второго участка в зависимости от горизонтальной скорости движения ВА,  $V_T \leq 15 \text{ м/с}$ . Горизонтальное движение ВА происходит с ускорением:

$$a = \frac{0.97gR_T}{M} = 10.02 \text{ м/с}^2.$$

Таким образом, для времени второго участка имеем:

$$T_2 = \frac{V_T M}{0.97gR_T}.$$

Если необходимо погасить максимально допустимую горизонтальную скорость, то время составит порядка  $T_2 = 1.5 \text{ с}$ .

За время работы ПТДУ на втором участке ВА наберет вертикальную скорость:

$$V_2 = 0.1gT_2 \leq 1.5\text{м/с.}$$

Таким образом, высоту, на которой начинается второй участок, можно определить следующим образом:

$$H_2 = H_3 + \frac{0.1gT_2^2}{2},$$

где  $H_3$  – высота, на которой начинается третий участок работы ПТДУ.

Т.е. при номинальной скорости движения ВА перед включением ПТДУ, потеря высоты на втором участке составит:

$$\Delta H_2 = \frac{0.1gT_2^2}{2} = 1.57\text{м.}$$

Для высоты начала третьего участка работы ПТДУ, имеем:

$$H_3 = \frac{MV_2^2}{2g(0.623R_{III}-M)}.$$

Считая, что последний участок происходит с ускорением торможения в  $0.1g$ , получим оценку максимальной высоты начала третьего участка, которая равна 1.15 метрам.

В итоге, для номинальных значений получаем высоту включения ПТДУ в 3.85 метра, при этом время работы ПТДУ составит менее 4 секунд.

Управление угловым движением на каждом участке спуска выбирается своё из расчета характерного времени участка и текущим угловым положением. Исходя из геометрии ПТДУ, по каналное управление угловым движением без создания боковой силы строится следующим образом:

- канал тангажа (OZ): увеличение (уменьшение) тяги двигателей 2 и 7, уменьшение (увеличение) тяги двигателей 3 и 6 соответственно;
- канал курса (OY): увеличение (уменьшение) тяги двигателей 1 и 4, уменьшение (увеличение) тяги двигателей 5 и 8 соответственно;
- канал крена (OX): увеличение (уменьшение) тяги двигателей 1 и 5, уменьшение (увеличение) тяги двигателей 4 и 8 соответственно (предпочтительно), либо увеличение (уменьшение) тяги двигателей 2 и 6, уменьшение (увеличение) тяги двигателей 3 и 7 соответственно.

### 3. Построение алгоритма управления посадкой.

Исходя из величины постоянной скорости вертикального снижения перед моментом включения ПТДУ, определяется высота  $\Delta H_1$ , которая теряется в течение первого участка работы ПТДУ, а также длительность первого участка  $T_1$ .

$$T_1 = \frac{V_B}{g} \operatorname{arctg} \sqrt{\frac{M}{0.623R-M}},$$
$$\Delta H_1 = -\frac{V_B^2}{g} \sqrt{\frac{0.623R-M}{M}} \ln \left( \cos \frac{gT_1}{V_B} \right).$$

Исходя из величины горизонтальной скорости, определяется высота  $\Delta H_2$ , которая теряется в течение второго участка работы ПТДУ, считается, что скорость вертикального движения по окончании первого участка работы ПТДУ равна нулю.

$$\Delta H_2 = \frac{0.1V_r^2 M^2}{2g(0.97R_r)^2}.$$

Высота  $\Delta H_3$ , которая теряется в течение третьего участка работы ПТДУ, считается постоянной и принята равной 1.15 метрам, что соответствует максимальной горизонтальной скорости движения ВА.

Таким образом, включение ПТДУ начинается на высоте  $H$ :

$$H = -\frac{V_B^2}{g} \sqrt{\frac{0.623R-M}{M}} \ln \left( \cos \frac{gT_1}{V_B} \right) + \frac{0.1V_r^2 M^2}{2g(0.97R_r)^2} + 1.15 \text{ м.}$$

Суммарная тяга двигателей на первом участке считается выбранной, по умолчанию равна 20 тоннам, суммарная тяга на втором участке считается выбранной, по умолчанию она равна 14.5 тоннам, что дает горизонтальную тягу  $R_r = 7316.27 \text{ кг}$ . В работе будет проведено исследование по влиянию выбранных суммарных тяг первого и второго участка на всю парашютно-реактивную посадку.

По достижению оцененной высоты включения двигателей ПТДУ, про-

исходит включение вертикальных двигателей на заранее определенную тягу. Данная тяга поддерживается время равное  $T_1$ , через которое происходит отстрел парашютной системы и включение горизонтальных двигателей, начинается второй участок работы ПТДУ. В случае если вертикальная скорость снижения ВА станет менее 0.2м/с раньше времени  $T_1$  и второй участок работы ПТДУ не требуется, происходит отстрел парашютной системы и переход к третьему участку работы ПТДУ.

Условием начала второго участка, при невыполнении которого сразу начинается третий участок, является:

$$V_r \geq 0.1 \text{ м.}$$

Второй участок длится до полного гашения горизонтальной скорости, т.е. до выполнения условия:

$$V_r < 0.1 \text{ м.}$$

На третьем участке по текущей высоте  $H$  и вертикальной скорости снижения ВА  $V$  определяется значение суммарной тяги вертикальных лей  $R_{III}$  из условия касания подстилающей поверхности с вертикальной скоростью равной нулю:

$$R_{III} = \frac{MV^2 + 2gHM}{1.246gH}.$$

На первом и третьем участке создается перераспределение между вертикальными двигателями для гашения момента, возникающего из-за смещения центра масс, согласно описанным в предыдущем разделе формулам. На втором участке создается перераспределение между вертикальными двигателями для гашения момента, возникающего из-за смещения центра масс, и паразитного момента, возникающего из-за работы горизонтальных двигателей.

Приложение.

