

Свойства первого порядка с бесконечным спектром

М.Е. Жуковский

Московский физико-технический институт (государственный университет)

Спектром свойства первого порядка называется множество отрицательных рациональных чисел, абсолютная величина которых меньше 1, каждое из которых обладает следующим свойством. Случайный граф Эрдеша-Реньи с вероятностью проведения ребра, равной степенной функции от числа вершин графа, и с показателем, равным этому рациональному числу (из спектра) не подчиняется закону нуля или единицы. Известно (см. [1]), что существует свойство первого порядка с бесконечным спектром. Кванторная глубина формулы первого порядка, приведенной в работе [1] и выражающей свойство с бесконечным спектром, равна 13. Возникает вопрос: какова наименьшая кванторная глубина формулы первого порядка, выражающей свойство с бесконечным спектром? Как известно из законов нуля или единицы, доказанных в работе [2], спектр любого свойства, выраженного формулой с кванторной глубиной 3, пуст. Поэтому искомая кванторная глубина больше числа 3. Мы доказали, что она не превосходит числа 5. Таким образом, наименьшая кванторная глубина формулы, выражающей свойство с бесконечным спектром, равна либо 4, либо 5.

Литература

1. *Spencer J.H.* Infinite spectra in the first order theory of graphs // *Combinatorica*. – 1990. – V. 10, N 1. – P. 95-102.
2. *Zhukovskii M.E.* Zero-one k-law // *Discrete Mathematics*. – 2012. – V. 312. – P. 1670-1688.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №13-01-00612 и грант №15-01-03530)