

Алгоритм расчёта индуктивности нагруженного тонкого (печатного) кольца

К.С. Борзунова, А.В. Савельев, Н.П. Чубинский

Московский физико-технический институт (государственный университет)

1. Частотные зависимости индуктивности тонкого (печатного) кольца с широким проводником, обусловленные большой неравномерностью распределения плотности тока в его сечении, рассмотрены в [1] в квазистатическом приближении, когда периметр кольца $2\pi R$ много меньше длины волны источника возбуждения λ . Аналогичные явления в слабой форме наблюдаются и для колец с круглым проводником и печатных колец с узким проводником [1,2]. В реальных приложениях кольца, как элементы со свойствами индуктивности, могут быть нагружены импедансом $R_H = R_0$ или входить, как внутренний импеданс источника $R_i = R_0$. Эти внешние элементы в последовательной цепи могут изменить распределение плотности тока в сечении, что, как мы видим, приводит к изменению индуктивности сопротивления кольца.

2. Предложен алгоритм расчёта распределения плотности тока в сечении печатного кольца и его индуктивности при нагружении цепи резистором R_0 . Для решения задачи сечение разбивается на элементарные контуры так, чтобы распределение тока в их сечениях было однородным. Для токов в контурах выписываются система уравнений:

$$\vec{J}_i(R_i + j\omega L_i) + j\omega \sum_{k=1, k \neq i}^N \vec{J}_k M_{ik} = \vec{\mathcal{E}}_i - R_0 \sum_i \vec{J}_i, \quad (1)$$

где \vec{J}_i – комплексная амплитуда тока в i -ом элементе, $\vec{Z}_i(\omega) = R_i + j\omega L_i$ – импеданс элементарного контура, $j\omega \sum_{k=1, k \neq i}^N \vec{J}_k M_{ik}$ – сумма э.д.с., вносимых в i -тый контур из всех остальных контуров, M_{ik} – взаимные индуктивности i -того и k -того контуров, $\vec{\mathcal{E}}_i = -j\omega \vec{B}_0 S_i$ – э.д.с. при возбуждении i -того контура внешним магнитным полем \vec{B}_0 (первый случай), либо $\vec{\mathcal{E}}_i = 1$ – при возбуждении кольца единичной э.д.с (второй случай). Используя независимость решения (1) при $R_0=0$ как от величины \vec{B}_0 в первом случае, так и от величины $\vec{\mathcal{E}}_i$ во втором случае, можно утверждать о сохранении относительного распределения токов в контурах:

$$\vec{J}_i / \sum \vec{J}_i (R_0=0) = \tilde{\vec{J}}_i / \sum \tilde{\vec{J}}_i (R_0 \neq 0). \quad (2)$$

Разобьём R_0 на N параллельных элементов R_{0i} , которые должны удовлетворять следующим соотношениям:

$$\sum (1/R_{0i}) = 1/R_0 \quad (a) \quad \text{и} \quad \vec{J}_i R_{0i} = R_0 \sum \vec{J}_i = const \quad (б). \quad (3)$$

Теперь решение задачи можно выполнить в два этапа. На первом шаге уравнение (1) решается при $R_0 = 0$ и определяются вектор $\{\vec{J}_i\}$ и полный ток через кольцо $\sum \vec{J}_i$. Из (3б), учитывая (2), найдём компоненты $\vec{J}_i R_{0i}$, которые перенесём в левую часть (1):

$$\vec{J}_i (R_i + R_{0i} + j\omega L_{0i}) + j\omega \sum_{k=1, k \neq i}^N \vec{J}_k M_{ik} = \vec{\varepsilon}_i. \quad (4)$$

Решение системы (4) определяет распределение плотности тока в сечении кольца и позволяют найти искомые частотные зависимости индуктивности нагруженных печатных колец при возбуждении их внешним магнитным полем. Аналогичное уравнение, соответствующее возбуждению кольца от источника э.д.с. отличается только в правой части, которая равна $\vec{\varepsilon}_i = 1$.

3. Выводы

1. На основании предложенного алгоритма найдены распределения плотности тока и определены индуктивности и сопротивления нагруженных колец для ряда размеров отверстия R_b в диапазоне частот 100 кГц...100 МГц при двух видах возбуждения. Установлены частотные зависимости найденных параметров, нормированных к их значениям L_t , рассчитанным по стандартным алгоритмам.
2. Установлено, что внесение сопротивлений в цепь контура приводит к сглаживанию частотных зависимостей индуктивности и сопротивления плоских колец.
3. Данный алгоритм позволил корректно учесть сопротивление излучения печатных колец малых электрических размеров [3] при определении эффективной магнитной проницаемости и потерь искусственных материалов на их основе.

4. Список литературы

1. Савельев А.В., Чубинский Н.П. Определение индуктивности плоских (печатных) колец при различных способах возбуждения // Журнал радиоэлектроники. 2015. № 2, Электронный журнал, ISSN 1684-1719 <http://jre.cplire.ru/jre/feb15/3/text.pdf>
2. Савельев А.В., Чубинский Н.П. Расчёт индуктивности колец при произвольной степени скин-эффекта // Журнал радиоэлектроники: электронный журнал. 2014. N1. URL: <http://jre.cplire.ru/iso/jan14/1/text.pdf>
3. Борзунова К.С., Чубинский Н.П. Алгоритмы определения эффективной магнитной проницаемости системы магнитных диполей. Радиофизика метаматериалов // Труды IV Всерос. науч. конф. "Радиофизические методы в дистанционном зондировании сред" Муром 27-29 мая 2014 г.