УДК 519.8

Марковские стратегии в итерационной дилемме заключенного

А.В. Шкловер[1], И.С. Меньшиков[1,2]

[1]Московский физико-технический институт (государственный университет)

[2]Вычислительный центр им. Дороницына РАН

Темой этого доклада является исследование класса марковских стратегий в итерационной дилемме заключенного (ДЗ) и классификация равновесий по Нэшу возникающих в этой модели. В работе [1-2] были исследованы марковские равновесия Нэша, которые приводят к полной кооперации игроков. Однако, как показывают многочисленные лабораторные эксперименты, проведенные в частности в лаборатории экспериментальной экономики МФТИ полная кооперация, как и полное ее отсутствие, наблюдается весьма редко. Поэтому весьма актуальной является задача нахождения промежуточных равновесий Нэша.

Классическая ДЗ – игра двух лиц с матрицей игры:

	c	d
c	(5, 5)	(0, 10)
d	(10, 0)	(1, 1)

В этой игре есть лишь одно равновесие по Нэшу – dd. Однако, ситуация меняется если рассмотреть повторяющуюся (итерационную) ДЗ и допустить, что игроки используют марковские стратегии, т.е. при принятии решения на следующий ход ориентируются только на результат предыдущей игры.

В этой модели игра повторяется бесконечное число шагов, а стратегия игрока определяется как вектор из 4 компонент. Эти компоненты – вероятности выбрать стратегию c на следующий раунд. Количество компонент вектора соответствует 4 исходам игры: cc, cd, dc, dd. Таким образом, стратегический вектор

$$p = (p_{cc}, p_{cd}, p_{dc}, p_{dd}) = (p_1, p_2, p_3, p_4)$$

При такой формулировке задачи игра превращается в марковский процесс [3]. Модель сильно упрощается, если предположить, что для всех стратегий игроков $p_1 = p_3$, $p_2 = p_4$. Содержательный смысл этого предположения состоит в том, что игроки одинаково реагируют на чужие стратегии c и d вне зависимости от своих действий. В этом предположении

$$p = (1-\beta, \alpha, 1-\beta, \alpha)$$

Оказывается, что в этом случае удается аналитически найти вектор инвариантных марковских мер:

$$p_i^c = \frac{\alpha_i - \alpha_j(\alpha_i + \beta_i - 1)}{1-(\alpha_i + \beta_i - 1)(\alpha_j + \beta_j - 1)}, i = 1, 2, \ j = 3 - i.$$

$$v = (p_1^c p_2^c, p_1^c(1-p_2^c), (1-p_1^c)p_2^c, (1-p_1^c)(1-p_2^c))$$

Зная, что ожидаемые выигрыши игроков определяются как скалярное произведение $v \cdot (5, 0, 10, 1)$ можно численно найти положения равновесия по Нэшу, например, с помощью последовательного поиска наилучших ответов. Классификация найденных положений равновесия будет приведена в докладе.

Литература

1. *W. Press, F. Dyson*. Iterated Prisoner's Dilemma contains strategies that dominate any evolutionary opponent. PNAS, 2012
2. *Ethan Akin*. Good Strategies for the Iterated Prisoner's Dilemma. arXiv, 2013
3. *А.В.Булинский, А.Н.Ширяев*. Теория случайных процессов Физматлит, 2005