УДК 533.15

Численное моделирование течений газа через разрыв пористости

М.Ю. Немцев[1], *И.В.Семенов*[1,2]

[1]Институт автоматизации проектирования РАН

[2]Московский физико-технический институт (государственный университет)

Для расчета многофазных течений с учетом объемной доли каждой фазы может использоваться метод разделения на уровне расчета потоков в газовой и дисперсной фазах. На шаге интегрирования системы при расчете потоков в газовой фазе параметры твердой фазы могут считаться условно «замороженными», но при этом необходимо учитывать скорость дисперсной фазы. Одномерное движение невязкого сжимаемого газа при наличии дисперсной фазы с переменной пористостью описывается неконсервативной системой уравнений Эйлера:

$$\partial_t \begin{pmatrix} \varphi\rho \\ \varphi\rho u \\ \varphi E \end{pmatrix} + \partial_x \begin{pmatrix} \varphi\rho u \\ \varphi\rho u^2 + \varphi P \\ \varphi u\left(E+P\right) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -P\partial_x\varphi \\ -u_s P\partial_x\varphi \end{pmatrix} \tag{1}$$

где φ, ρ, u, P, E обозначают соответственно объемную долю, плотность, скорость, давление, полную внутреннюю энергию газовой фазы, а u_s - скорость дисперсной фазы.

В [1] для решения (1) при $u_s = 0$ предлагается использование модифицированной схемы Русанова в виде:

$$U_i^{n+1} = U_i^n - \frac{\Delta t}{\Delta x}\left(F_{i+1/2} + G_{i+1/2}^- - F_{i-1/2} - G_{i-1/2}^+\right)$$

где $F_{i\pm1/2}$ - консервативная часть потока через ребро $x_{i\pm1/2}$, а $G_{i\pm1/2}$ - неконсервативная, которые выражаются в виде:

$$F_{i+1/2} = \frac{1}{2}\left(\begin{pmatrix} \varphi_i\rho_i u_i \\ \varphi_i\rho_i u_i^2 + \varphi_i P_i \\ \varphi_i u_i\left(E_i + P_i\right) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \varphi_{i+1}\rho_{i+1} u_{i+1} \\ \varphi_{i+1}\rho_{i+1} u_{i+1}^2 + \varphi_{i+1} P_{i+1} \\ \varphi_{i+1} u_{i+1}\left(E_{i+1} + P_{i+1}\right) \end{pmatrix}\right) -$$

$$-\frac{1}{2}\max\left(\left|u_i\right| + c_i, \left|u_{i+1}\right| + c_{i+1}\right)\max\left(\varphi_i, \varphi_{i+1}\right)\begin{pmatrix} \rho_{i+1} - \rho_i \\ \rho_{i+1}u_{i+1} - \rho_i u_i \\ E_{i+1} - E_i \end{pmatrix}$$

$$G_{i+1/2}^- = -\frac{\varphi_{i+1} - \varphi_i}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ P_i \\ 0 \end{pmatrix} \quad G_{i-1/2}^+ = \frac{\varphi_i - \varphi_{i-1}}{2}\begin{pmatrix} 0 \\ P_i \\ 0 \end{pmatrix}$$

Важным свойством схемы является сохранение стационарных решений.

Целью данной работы является реализация предложенного метода расчета потоков в газовой фазе и его обобщение на случай движения дисперсной фазы с постоянной скоростью на основе [2], [3].

Тестирование метода производилось путем сравнения численного решения задачи Римана и точного решения обратной задачи Римана [4] для различных волновых конфигураций. На рис.1 показаны рассчитанные и точные распределения плотности и скорости в задаче о распаде разрыва с начальными условиями:

$$\begin{gathered}\varphi_L = 0.8,\ \rho_L = 5\ кг/м^3,\ u_L = 250\ м/с,\ P_L = 400\ кПа \\ \varphi_R = 1,\ \rho_R = 2.3764\ кг/м^3,\ u_R = 647.909\ м/с,\ P_R = 130\ кПа\end{gathered} \tag{2}$$

В случае подвижной дисперсной фазы начальные скорости газа в (2) увеличиваются на величину u_s.

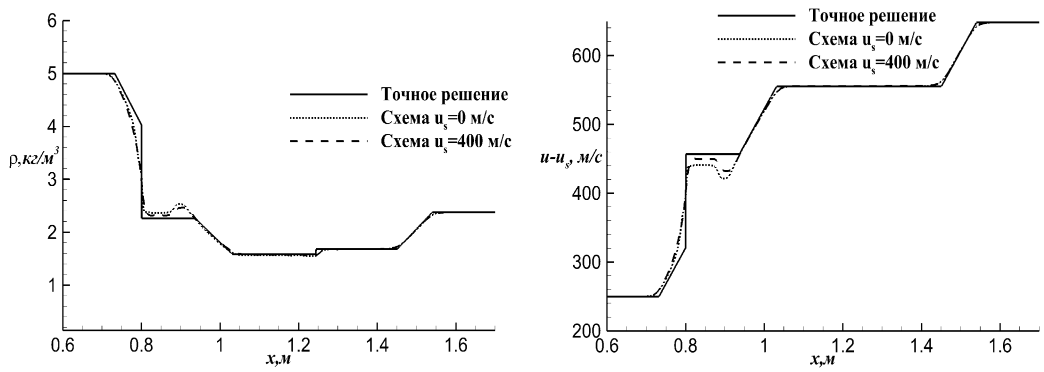

Рис.1 Распределение плотности (а) и скорости (б) газа в момент времени 0.8 мс. Начальный разрыв находится в точке $x = 0.8$ м

Литература

1. Clain S., Rochette D. First-and second-order finite volume methods for the one-dimensional nonconservative Euler system //Journal of computational Physics. – 2009. – Т. 228. – №. 22. – С. 8214-8248.

2. Schwendeman D W., Wahle C. W., Kapila A. K. The Riemann problem and a high-resolution Godunov method for a model of compressible two-phase flow //Journal of Computational Physics. – 2006. – Т. 212. – №. 2. – С. 490-526.

3. Menshov I., Serezhkin A. Modeling non-equilibrium two-phase flow in elastic-plastic porous solids. // Proceedings of 11th World Congress on Computational Mechanics, 20-25 July 2014.

4. Andrianov N. Analytical and numerical investigation of two-phase flows : дис. – Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg, Universitätsbibliothek, 2003.