

**УДК 621.391**

**Алгоритм компенсации сигналов активных помех при известной  
межканальной корреляционной матрице в полном поляризационном  
базисе**

О.А.Агапов

*ОАО «НПК «НИИДАР»*

*Российская Федерация, 127083, г. Москва, ул. 8-го Марта, д. 10, стр. 1*

*E-mail: stealth333@yandex.ru*

**1. Введение**

Электромагнитные волны, отраженные от облучаемого РЛС летательного аппарата, несут информацию о его положении в пространстве, радиальную составляющую скорости (ускорения), а также ЭПР. Информация об указанных параметрах содержится в частоте, задержке по времени, направлении распространения, а также в амплитуде. Однако информацию может нести и поляризация электромагнитной волны. В некоторых условиях, используя информацию о поляризации электромагнитной волны можно определить матрицу рассеивания летательного аппарата. Матрица рассеивания определяется геометрией летательного аппарата и материалами его корпуса. Тем самым можно ввести классификацию летательных аппаратов по матрицам рассеивания (см., например, [1]). Такая классификация может быть более строгая, чем классификация по ЭПР.

Чтобы РЛС была способна оценивать матрицу рассеивания летательного аппарата, она должна иметь возможность излучать разные сигналы на разной поляризации (например, горизонтальная и вертикальная), а также иметь возможность различать разные компоненты в поляризационном базисе падающей волны. Помимо этого, электромагнитные волны не должны менять

своей поляризации во время движения до цели и обратно (эффект Фарадея, переотражения, в том числе от земли и т.д.).

Помимо оценки матрицы рассеивания, такая РЛС может иметь высокую помехоустойчивость при определенных типах помех. Как показано в настоящей главе, такого типа РЛС, способна обнаруживать полезный сигнал от цели, даже если на нем установлен мощный источник помехового сигнала. Кроме того такая РЛС способна обнаруживать цели на фоне авральных пассивных помех, если эта помеха имеет полностью хаотическую структуру матрицы рассеивания.

Следует отметить, что вопросы повышения эффективности решения задачи выделения сигналов на фоне помех за счет использования различных их поляризационных свойств рассматривались в ряде работ [1-4]. В данной работе эта идея доведена до разработки адаптивного алгоритма выделения сигнала на фоне помех при полном поляризационном приеме в РЛС с фазированной антенной решеткой.

## **2. Устройство РЛС с полным поляризационным приемом**

Рассмотрим устройство РЛС, позволяющее работать при полном поляризационном приеме. Будем считать, что антенна РЛС представляет собой некоторую антенную решетку, состоящую из одинаковых элементарных излучателей. Каждый элементарный излучатель имеет крестообразную форму, состоящую из двух гальвано независимых ортогональных диполя. Будем предполагать, что РЛС является импульсной с чередующимися циклами излучения и приема.

Во время излучения каждый диполь излучает сигнал на одинаковой несущей частоте, но с разными огибающими  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$  (см. рис. 1). При приеме сигнала каждый диполь присоединяется к своему приемному каналу. Таким образом, система представляет собой  $2P$  канальную систему, где  $P$  – число пространственных каналов. В каждом канале осуществляется первично

аналогово-цифровая обработка сигнала, выходом которой является последовательность временных комплексных отсчетов, идущих с некоторым значением частоты дискретизации (см. рис. 2).

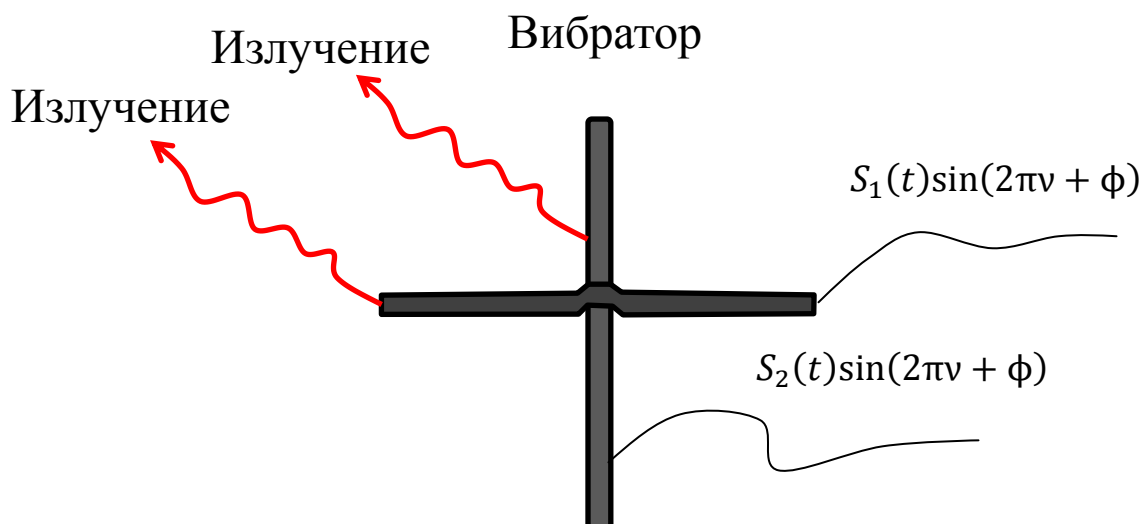


Рисунок 1. Схема вибратора РЛС с полным поляризационным приемом во время излучения.  $\nu$  – несущая частота,  $\phi$  – начальная фаза.

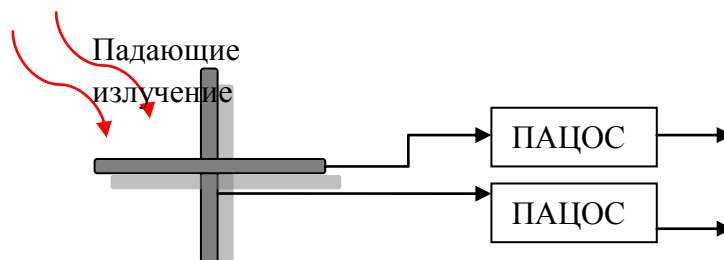


Рисунок 2. Схема вибратора РЛС с полным поляризационным приемом во время приема. ПАЦОС – первично аналогово-цифровая обработка сигнала.

### 3. Синтез алгоритма компенсации сигналов активных помех в полном поляризационном базисе при известной межканальной корреляционной матрице

Рассмотрим синтез алгоритма компенсации сигналов активных помех в полном поляризационном базисе в случае известной межканальной корреляционной матрицы. Будем считать, что элементарный излучатель имеет крестообразную форму, состоящую из двух гальвано независимых

ортогональных диполя. Оба диполя имеют одинаковую мощность излучения. Каждый диполь излучает свой сигнал  $S_1(t)$  и  $S_2(t)$ . При приеме сигнала каждый диполь присоединяется к своему каналу. Таким образом, система представляет собой  $2P$  канальную систему, где  $P$  – число пространственных каналов.

Предположим, что мощность шумов в каналах нормирована к единице. Предположим, что помеховый сигнал представляет собой белый шум. Сигнал в приемных каналах зададим в виде комплексной матрицы наблюдения  $\mathbf{Y}$  размерностью  $2P \times N$ , где  $N$  - число временных отсчетов. Первая строка матрицы соответствует последовательности комплексных временных отсчетов, поступающих с первого приемного модуля и первого поляризационного канала. Вторая строка соответствует последовательности временных отсчетов, поступающих с первого приемного модуля и второго поляризационного канала. Третья строка соответствует сигналу со второго приемного модуля и первого поляризационного канала. И так для всех строк.

В силу рассматриваемых условий и обозначений, плотность распределения вероятности для каждой из гипотез относительно наличия полезного сигнала во входных смесях будет определяться формулой:

$$\ln P(\mathbf{Y}|\theta) = -Nsp[\ln \mathbf{R}] - sp[(\mathbf{Y} - \theta \mathbf{U} \mathbf{a} \mathbf{S}^H)^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \theta \mathbf{U} \mathbf{a} \mathbf{S}^H)] + C, \quad (1)$$

где  $\mathbf{U}$  - матрица размерность  $2P \times 2$ , определяемая соотношением:

$$\mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ u_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \dots \\ u_P \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \quad (2)$$

$u_k$  – множители фазового распределения полезного сигнала по раскрытию антенной решетки, причем  $\sum_{k=1}^P |u_k|^2$ ;

$\mathbf{S} = [\mathbf{S}_1, \mathbf{S}_2]$  - матрица размерностью  $N \times 2$  ожидаемого сигнала, столбцы которой представляют собой ожидаемые сигналы с первого и второго поляризатора, причем каждый из сигналов нормирован  $\mathbf{S}_1^H \mathbf{S}_1 = \mathbf{S}_2^H \mathbf{S}_2 = 1$ ;

$\mathbf{a}$  – поляризационная матрица полезного сигнала размера  $2 \times 2$ , элементы которой суть доля и фаза сигналов  $\mathbf{S}_1$  и  $\mathbf{S}_2$  в первом поляризационном канале (первая строка матрицы) и во втором поляризационном канале (вторая строка матрицы);

$\mathbf{R}$  – известная межканальная корреляционная матрица;

$C$  – некоторая константа,

$\theta = 0, 1$  – параметр, определяющий гипотезу о наличии полезного сигнала во входной смеси, (1 – сигнал есть, 0 – сигнала нет).

Согласно адаптивному байесовскому подходу [5], неизвестный параметр алгоритма, поляризационную матрицу  $\mathbf{a}$ , можно заменить значением  $\hat{\mathbf{a}}$ , при котором достигается максимум плотности вероятности (1). Для нахождения максимума необходимо приравнять вариацию функции (1) по матрице  $\mathbf{a}$  к нулю:

$$\begin{aligned} \delta \ln P(\mathbf{Y}|\theta) &= -\text{sp}[\theta \mathbf{S} \delta \mathbf{a}^H \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \theta \mathbf{U} \hat{\mathbf{a}} \mathbf{S}^H) + (\mathbf{Y} - \theta \mathbf{U} \hat{\mathbf{a}} \mathbf{S}^H)^H \mathbf{R}^{-1} \theta \mathbf{U} \delta \mathbf{a} \mathbf{S}^H] \\ &= 0. \end{aligned} \tag{3}$$

Учитывая свойство перестановки внутри функции следа  $\text{sp}(\mathbf{AB}) = \text{sp}(\mathbf{BA})$ , где  $\mathbf{A}$  и  $\mathbf{B}$  – некоторые матрицы, число строк которых равно числу столбцов другой и наоборот, перепишем выражение (3) в виде:

$$\begin{aligned} \delta \ln P(\mathbf{Y}|\theta) &= -\text{sp}[\theta \delta \mathbf{a}^H \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{Y} - \theta \mathbf{U} \hat{\mathbf{a}} \mathbf{S}^H) \mathbf{S} + \mathbf{S}^H (\mathbf{Y} - \theta \mathbf{U} \hat{\mathbf{a}} \mathbf{S}^H)^H \mathbf{R}^{-1} \theta \mathbf{U} \delta \mathbf{a}] \\ &= 0. \end{aligned} \tag{4}$$

Из (4) можно записать следующее выражение

$$\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{S} = \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} \hat{\mathbf{a}} \mathbf{S}^H \mathbf{S}$$

откуда поляризационная матрица имеет вид:

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1}. \quad (5)$$

Подставляя оценку поляризационной матрицы (5) в (1), получим формулу:

$$\begin{aligned} & \ln P(\mathbf{Y}|\theta) \\ &= -N \text{sp}[\ln \mathbf{R}] \\ & - \text{sp}[\mathbf{Y}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} - \theta \mathbf{S} \langle (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \rangle^H \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \\ & - \theta \mathbf{Y}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} \langle (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \rangle \mathbf{S}^H \\ & + \theta^2 \mathbf{S} \langle (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \rangle^H \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} \langle (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{S} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \rangle \mathbf{S}^H] + C. \end{aligned} \quad (6)$$

Снова учтем свойство перестановки в аргументе функции следа, а также, что  $\theta^2 = \theta$ , перепишем соотношение (6) в виде

$$\begin{aligned} \ln P(\mathbf{Y}|\theta) &= -N \text{sp}[\ln \mathbf{R}] \\ & - \text{sp}[\mathbf{Y}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} - \theta (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{Y}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{S}] + C. \end{aligned} \quad (7)$$

Согласно работе [5], правило принятия решения о наличие сигнала в соответствии с байесовским подходом определяется как сравнение отношения функции правдоподобия для гипотезы присутствия сигнала во входном сигнале к функции правдоподобия для гипотезы отсутствия сигнала во входном сигнале с некоторым порогом

$$Z = \frac{P(\mathbf{Y}|1)}{P(\mathbf{Y}|0)} > h_0, \quad (8)$$

где  $h_0$  – некоторый порог, определяемый для заданной вероятности ложной тревоги, а величиной  $Z$  будем обозначать решающую статистику, которая сравнивается с порогом. Выражение (8) также эквивалентно

$$\ln Z = \ln P(\mathbf{Y}|1) - \ln P(\mathbf{Y}|0) > h = \ln h_0. \quad (9)$$

Согласно выражению (7) логарифм решающей статистики  $\ln Z$  имеет вид:

$$\ln Z = \text{sp}[(\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^H \mathbf{Y}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1} \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{Y} \mathbf{S}]. \quad (10)$$

Таким образом, алгоритм выделения полезного сигнала сводится к поиску таких матриц-гипотез  $\mathbf{U}$  и  $\mathbf{S}$ , для которых решающая статистика будет превышать некоторый порог, что и будет говорить о присутствии полезного сигнала.

#### **4. Эффективность алгоритма компенсации сигналов активных помех в полном поляризационном базисе при известной межканальной корреляционной матрице в случае мощных помеховой сигналов.**

Найдем эффективность алгоритма компенсации в полном поляризационном базисе для случая бесконечно мощных гауссовых помех. Для этого представим матрицу наблюдения  $\mathbf{Y}$  в виде суммы помехового слагаемого и полезного сигнала:

$$\mathbf{Y} = \mathbf{R}^{1/2} \boldsymbol{\xi} + \mathbf{U} \mathbf{a} \mathbf{S}^H, \quad (11)$$

где  $\boldsymbol{\xi}$  – опорная матрица. Подставляя матрицу наблюдения (11) в (10), получим:

$$\ln Z = \text{sp} \left[ (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1} (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1/2} \boldsymbol{\xi} \mathbf{S} + \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} \mathbf{a} \mathbf{S}^H \mathbf{S})^H (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1} (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1/2} \boldsymbol{\xi} \mathbf{S} + \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} \mathbf{a} \mathbf{S}^H \mathbf{S}) \right]. \quad (12)$$

Рассмотрим матрицу  $\boldsymbol{\xi} \mathbf{S}$ . Опорная матрица по определению представляет собой матрицу, мнимая и действительная часть элементов которой представляю гауссовы случайные величины с нулевым математическим ожиданием, то действительная и мнимая часть элементов матрицы  $\boldsymbol{\xi} \mathbf{S}$  также представляют собой гауссовы случайные величины с

нулевым математическим ожиданием. Найдем корреляцию рассматриваемых случайных величин. Для этого представим опорную матрицу в виде набора строк

$$\xi = \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \\ \dots \\ \xi_N \end{bmatrix}.$$

Рассмотрим строку случайных величин  $\xi_k \mathbf{S}$ . Корреляционная матрица случайных величин этой строки имеет вид:

$$\mathbf{B} = \mathbf{S}^H \overline{\xi_k^H \xi_k} \mathbf{S} = \mathbf{S}^H \mathbf{S}.$$

Таким образом, матрица  $\xi_k \mathbf{S}$  статически эквивалентна  $\boldsymbol{\eta}_k (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{1/2}$ , где  $\boldsymbol{\eta}_k$  – опорная строка, размерностью  $1 \times 2$ . Из последнего обстоятельства следует, что матрица  $\xi \mathbf{S}$  статически эквивалентна матрице  $\boldsymbol{\eta} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{1/2}$ ,  $\boldsymbol{\eta}$  – опорная матрица:

$$\boldsymbol{\eta} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\eta}_1 \\ \boldsymbol{\eta}_2 \\ \dots \\ \boldsymbol{\eta}_N \end{bmatrix}.$$

Аналогично матрица  $\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1/2} \boldsymbol{\eta}$  статистически эквивалентна матрице  $(\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{1/2} \boldsymbol{\varepsilon}$ , где – опорная матрица, размерностью  $2 \times 2$ . С учетом сделанных выкладок выражение (12) статистически эквивалентно выражению:

$$\ln Z = \text{sp}[(\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{a}')^H (\boldsymbol{\varepsilon} + \mathbf{a}')]. \quad (13)$$

где  $\mathbf{a}'$  - эквивалентная поляризованная матрица полезного сигнала:

$$\mathbf{a}' = (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{1/2} \mathbf{a} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{1/2}. \quad (14)$$

Матрицу



$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U} \quad (15)$$

назовем **матрицей поляризационного искажения**. Эта матрица определяет искажение поляризационных свойств принятого сигнала, а также его энергетических потерь, за счет воздействия на РЛС активных помех.

Рассмотрим свойства матрицы  $\boldsymbol{\gamma}$  на примере воздействия одного точечного источника помехового сигнала большой интенсивности.

### Случай одного источника помехового сигнала

Для одного источника помехового сигнала межканальная корреляционная матрица имеет вид:

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} + \mathbf{V} \mathbf{Q} \mathbf{V}^H, \quad (16)$$

где  $\mathbf{V}$  - матрица размерность  $2N \times 2$ , определяемая соотношением:

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} v_1 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ v_2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ \dots \\ v_P \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{bmatrix}, \quad (17)$$

$v_k$  – множители фазового распределения помехового сигнала по раскрытию антенной решетки, причем  $\sum_{k=1}^P |v_k|^2$ ;

$\mathbf{Q}$  – поляризационная матрица помехового сигнала, размерность  $2 \times 2$ , определяющая поляризацию помехового сигнала (круговая, линейная, хаотическая и т.д.) и мощность. Так как матрица  $\mathbf{Q}$  - эрмитова, то представим ее в виде спектрального разложения:  $\mathbf{Q} = \mathbf{T} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{T}^H$ ,  $\mathbf{T}$  – унитарная матрица, а  $\boldsymbol{\Lambda}$  - диагональная матрица, с неотрицательными элементами. В этом случае межканальная корреляционная матрица имеет вид:

$$\mathbf{R} = \mathbf{I} + \mathbf{V} \mathbf{T} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{T}^H \mathbf{V}^H. \quad (18)$$

Для нахождения обратной матрицы к  $\mathbf{R}$ , воспользуемся формулой обращения матрицы [6]  $(\mathbf{A} + \mathbf{BCD})^{-1} = \mathbf{A}^{-1} - \mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}(\mathbf{I} + \mathbf{CDA}^{-1}\mathbf{B})^{-1}\mathbf{CDA}^{-1}$ , где  $\mathbf{A}$  – некоторая квадратная невырожденная матрица,  $\mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}$  – некоторые квадратные матрицы. В этом случае обратная матрица к  $\mathbf{R}$  имеет вид:

$$\mathbf{R}^{-1} = \mathbf{I} - \mathbf{VT}(\mathbf{I} + \mathbf{\Lambda})^{-1}\mathbf{\Lambda T}^H\mathbf{V}^H. \quad (19)$$

В последнем выражении учитывалось  $\mathbf{V}^H\mathbf{V} = \mathbf{I}$  и  $\mathbf{T}^H\mathbf{T} = \mathbf{I}$ . С учетом соотношения (19) матрица поляризационного искажения  $\boldsymbol{\gamma}$  (15) имеет вид:

$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{T}(\mathbf{I} - \eta(\mathbf{I} + \mathbf{\Lambda})^{-1}\mathbf{\Lambda})\mathbf{T}^H, \quad (20)$$

где  $\eta = |\sum_{k=1}^N u_k^* v_k|^2$  – функция рассогласования по пространству. При выводе последнего соотношения учитывалось  $\mathbf{T}^H\mathbf{T} = \mathbf{I}$  и  $\mathbf{U}^H\mathbf{V} = (\sum_{k=1}^N u_k^* v_k)\mathbf{I}$ . Представим матрицу  $\mathbf{\Lambda}$  в виде:  $\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{pmatrix}$ , тогда центральная матрица выражения (20) имеет вид:

$$\mathbf{I} - \eta(\mathbf{I} + \mathbf{\Lambda})^{-1}\mathbf{\Lambda} = \begin{pmatrix} \frac{1 + (1 - \eta)\lambda_1}{\lambda_1 + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1 + (1 - \eta)\lambda_2}{\lambda_2 + 1} \end{pmatrix}. \quad (21)$$

Рассмотрим два случая. Первый случай, когда помеховый сигнал имеет круговую или линейную поляризацию. В этом случае помеховый сигнал в двух поляризационных каналах представляет один и тот же случайный процесс с точностью до некоторого постоянного комплексного множителя и для интенсивной помехи можно положить  $\lambda_1 \rightarrow \infty, \lambda_2 = 0^1$ . Во втором случае помеховый сигнал имеет хаотическую поляризацию. В этом случае помеховые сигналы в каждом поляризационном канале являются независимыми и для интенсивной помехи можно положить  $\lambda_1 \rightarrow \infty, \lambda_2 \rightarrow \infty$ .

---

<sup>1</sup> Возможен также вариант  $\lambda_2 \rightarrow \infty, \lambda_1 = 0$ . Однако с точки зрения проведенных математических выкладок аналогичный первому.

1. *Случай круговой и линейной поляризации помехового сигнала*

В первом случае матрица  $\boldsymbol{\gamma}$  имеет вид

$$\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} 1 - \eta & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{T}^H. \quad (22)$$

Из выражения (20) следует, что в случае, когда направление на источник помехи далеко от направления на цель  $\eta \rightarrow 0$ , матрица  $\boldsymbol{\gamma} \rightarrow \mathbf{I}$ . Это означает, что источник помехового сигнала не влияет на обнаружение полезного сигнала и определение его поляризации. При близком расположении направлений на источник помехового сигнала и на цель ( $\eta \rightarrow 1$ ) матрица  $\boldsymbol{\gamma} \rightarrow \mathbf{T} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{T}^H$ . Как можно видеть, матрица  $\boldsymbol{\gamma}$  отлична от нулевой матрицы. Это означает, что даже при совпадении направления на цель и направления на источник помех полезный сигнал может быть обнаружен. Конкретно, полезный сигнал может быть обнаружен, если правый нижний элемент матрицы  $\mathbf{T}^H \mathbf{a} (\mathbf{S}^H \mathbf{S}) \mathbf{a}^H \mathbf{T}$  не равен нулю. Действительно, разложим решающую статистику (13) на четыре члена:

$$\ln Z = \text{sp}[\boldsymbol{\varepsilon}^H \boldsymbol{\varepsilon}] + \text{sp}[\boldsymbol{\varepsilon}^H \mathbf{a}'] + \text{sp}[\mathbf{a}'^H \boldsymbol{\varepsilon}] + \text{sp}[\mathbf{a}'^H \mathbf{a}']. \quad (23)$$

Рассмотрим последний самый существенный член выражения (23):

$$\text{sp}[\mathbf{a}'^H \mathbf{a}'] = \text{sp}[\mathbf{a} (\mathbf{S}^H \mathbf{S}) \mathbf{a}^H \boldsymbol{\gamma}],$$

откуда

$$\text{sp}[\mathbf{a}'^H \mathbf{a}'] = \text{sp} \left[ \mathbf{T}^H \mathbf{a} (\mathbf{S}^H \mathbf{S}) \mathbf{a}^H \mathbf{T} \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right]. \quad (24)$$

Из (23) следует, что  $\text{sp}[\mathbf{a}'^H \mathbf{a}']$  не равен нулю, когда правый нижний элемент матрицы  $\mathbf{T}^H \mathbf{a} (\mathbf{S}^H \mathbf{S}) \mathbf{a}^H \mathbf{T}$  не равен нулю.

Рассмотрим, например, случай когда сигнал помехи линейно поляризован, а поляризационный базис сигнала повернут на некоторый угол

$\alpha$  относительно исходного (см. рисунок 3). В этом случае поляризационная матрица сигнала имеет вид:

$$\mathbf{a} = g\mathbf{M}(\alpha),$$

где  $\mathbf{M}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos(\alpha) & -\sin(\alpha) \\ \sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}$  - матрица поворота на угол  $\alpha$ ;

$g$  - комплексное число, определяющее амплитуду и фазу сигнала. Кроме того,  $\mathbf{T} = \mathbf{M}(\beta)$ , где  $\beta$  - угол поворота плоскости поляризации помехового сигнала относительно поляризационного базиса антенны РЛС (см. рисунок 3).

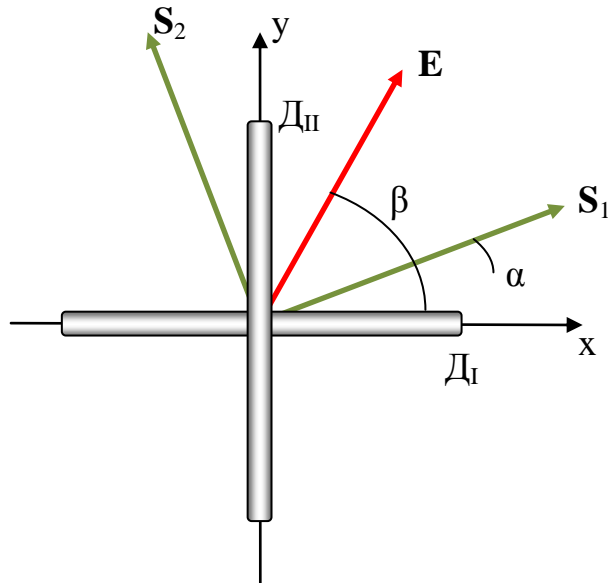


Рисунок 3. Поляризация полезного и помехового сигналов в плоскости излучающих диполей.  $\mathbf{S}_1$ ,  $\mathbf{S}_2$  – плоскости поляризации первого и второго сигналов;  $\mathbf{E}$  – плоскость поляризации помехового сигнала;  $D_I$ ,  $D_{II}$  – первый и второй излучающие диполи.

Предположим также, что сигналы, излучаемые диполями ортогональны  $\mathbf{S}^H \mathbf{S} = \mathbf{I}$ . В этом случае последний член выражения (23) имеет вид:

$$\text{sp}[\mathbf{a}'^H \mathbf{a}'] = |g|^2 \text{sp} \left[ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = |g|^2. \quad (25)$$

В последнем выражении учитывалось  $\mathbf{M}^T(\beta)\mathbf{M}(\alpha) = \mathbf{M}(\alpha - \beta)$ , а также  $\mathbf{M}^T(\alpha)\mathbf{M}(\alpha) = \mathbf{I}$ . В случае отсутствия помех этот член равен  $\text{sp}[\mathbf{a}'^H \mathbf{a}'] = 2|g|^2$ . Таким образом, решающая статистика при воздействии помех уменьшается примерно в два раза по сравнению с отсутствием помех.

Из приведенных выкладок можно сделать важный вывод, что алгоритм компенсации помеховых сигналов позволяет выделять полезный сигнал даже, если направление на цель совпадает с направлением на источник помехового излучения, при условии того, что сигналы помех имеют

круговую или линейную поляризацию. Это дает важное преимущество радиолокационных станций, работающих при полном поляризационном приеме, перед классическими радиолокационными станциями так, как позволяет обнаруживать летательные аппараты, на которых установлены источник помехового сигнала. Однако если направление прихода полезного сигнала и направление на источник помехового сигнала совпадают (или они близки друг от друга) даже в случае, когда полезный сигнал может быть обнаружен оценка его поляризационных свойств (матрица (5)) будет искажена. Действительно, матрица (5) с учетом (11) имеет вид:

$$\hat{\mathbf{a}} = (\mathbf{U}^H \mathbf{R}^{-1} \mathbf{U})^{-1/2} \boldsymbol{\varepsilon} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1/2} + \mathbf{a}. \quad (26)$$

Для одного источника помех, с учетом (22), оценка поляризационной матрицы полезного сигнала имеет вид:

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\eta}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{T}^H \boldsymbol{\varepsilon} (\mathbf{S}^H \mathbf{S})^{-1/2} + \mathbf{a}. \quad (27)$$

При близком расположении направлений на источник помехового сигнала и на цель ( $\eta \rightarrow 1$ ) все элементы матрицы  $\mathbf{T} \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-\eta}} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{T}^H$  стремятся к бесконечности (за исключением особых матриц  $\mathbf{T}$ , например, когда матрица  $\mathbf{T}$  есть единичная матрица), что делает оценку поляризационной матрицы полезного сигнала  $\hat{\mathbf{a}}$  (5) полностью неверной (отличной от истинной поляризационной матрицы  $\mathbf{a}$ ).

### 1. *Случай хаотической поляризации помехового сигнала*

При  $\lambda_1 \rightarrow \infty$ ,  $\lambda_2 \rightarrow \infty$  с учетом (21) матрица  $\boldsymbol{\gamma}$  имеет вид

$$\boldsymbol{\gamma} = (1 - \eta) \mathbf{I}. \quad (28)$$

Из выражения (20) следует, что в случае, когда направление на источник помехи далеко от направления на цель  $\eta \rightarrow 0$ , матрица  $\boldsymbol{\gamma} \rightarrow \mathbf{I}$ . Это означает,

что источник помехового сигнала не влияет на обнаружение полезного сигнала и определение его поляризации. При близком расположении направлений на источник помехового сигнала и на цель ( $\eta \rightarrow 1$ ) матрица  $\mathbf{Y} \rightarrow \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ . В этом случае решающая статистика (13) совпадает с решающей статистикой, когда полезный сигнал отсутствует. Последнее утверждение означает, что в случае хаотической поляризации помехового сигнала качество алгоритма определяется множителем  $1 - \eta$  и в этом отношении совпадает с качеством алгоритма выделения сигнала в РЛС, не работающей в режиме полного поляризационного приема.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Храбростин Б.В.* Распознавание целей по результатам радиолокационных измерений в сложной помеховой обстановке/ *Храбростин Б.В. [и др.]*. М.: Радиотехника, 2005, №11.
2. *Ширман Я.Д.* Разрешение и сжатие сигналов. М.: Сов. радио, 1974 .
3. *Киселев А.З.* Оптимальные по вероятностному критерию поляризации для обнаружения стабильной цели на фоне пассивной помехи, 2003. Т. 48. № 11. С.1260 .
4. *Киселев А.З.* Теория радиолокационного обнаружения на основе использования вектора рассеяния целей. СПб.: Наука, 2005 .
5. *Репин В.Г., Тартаковский Г.П.* Статистический синтез при априорной неопределенности и адаптация информационных систем. М.: Сов. радио, 1977
6. *Strang G.* Introduction to Linear Algebra. Wellesley: Wellesley-Cambridge Press, 2003

## Сведения об авторах

<b>Ф.И.О.</b>	<i>Агапов Олег Александрович</i>
<b>Ученая степень</b>	
<b>Ученое звание</b>	
<b>Контактный телефон</b>	+7(909)9239997
<b>Полное наименование места работы</b>	<i>Открытое акционерное общество «Научно-производственный комплекс «Научно-исследовательский институт дальней радиосвязи»</i>
<b>Сокращенное наименование места работы</b>	<i>ОАО «НПК «НИИДАР»</i>
<b>Почтовый адрес места работы</b>	<i>Россия, 127083, г. Москва, ул. 8 Марта, д. 10, стр. 5.</i>
<b>Телефон (служебный)</b>	8 (495) 232-00-06 доб. 43-42
<b>Почтовый адрес (домашний)</b>	-
<b>Телефон (домашний)</b>	-
<b>Адрес электронной почты</b>	<i>stealth333@yandex.ru</i>