

УТОЧНЕННЫЙ ЗАКОН СЛЕДА КОУЛСА*В.В. Михайлов, Н.В. Самойлова*

Центральный Аэрогидродинамический Институт им. Н.Е. Жуковского

Теория ламинарного пограничного слоя, являясь асимптотической, справедлива для больших, но реальных чисел Рейнольдса. Малым параметром в асимптотическом разложении является $1/Re_*$, где Re_* – число Рейнольдса, определенное по толщине вытеснения δ^* . После ламинарно-турбулентного перехода малым параметром асимптотического решения для турбулентного слоя служит $1/\ln Re_*$. Этот параметр уже недостаточно мал и обеспечивает приемлемую точность асимптотического решения лишь весьма далеко вниз по потоку. Для реальных условий обтекания такое предельное решение требует размеров тела порядка нескольких километров. Кроме этого асимптотическое решение не может описать предотрывную область течения, поскольку при $\ln Re_* \rightarrow \infty$ скорость в основной части слоя как угодно близка к значению u_0 .

В работе [1] выход из создавшегося положения предлагается с помощью введения в прежнюю двухслойную схему закона дефекта скорости третьей «промежуточной» асимптотической области. Однако, как показано ниже, двухслойная схема может быть использована вплоть до сечения отрыва, если турбулентное течение остается близким (локально) к плоскопараллельному. В этом случае оно описывается соотношениями типа закона следа Коулса [2], а режим отрыва можно назвать «гладким» отрывом. Он может осуществляться на стенке аэродинамической трубы и на тонких телах с острой задней кромкой. «Гладкий» отрыв невозможен на телах, имеющих заднюю критическую точку (в «невязком» потоке), или, если он вызван препятствием. В этом случае существенными в предотрывной области являются не только касательные, но и нормальные напряжения Рейнольдса.

Ниже исследуется модификация закона следа Коулса [3] с универсальной вплоть до отрыва функцией дефекта скорости f . Показано, что применение в этом сечении «закона 1/2», как это предлагается, например, в [4–6], может лишь ухудшить результат расчета. Показано, что значение формпараметра $H = \delta^*/\theta$ (θ – толщина потери импульса) в сечении «гладкого» отрыва близко к $H = 3.89$, что соответствует экспериментальным данным [7, 8].

Уточнение закона следа Коулса

Закон следа Коулса [2] является по существу частным случаем однопараметрического закона дефекта скорости, обоснование применимости которого содержится, в частности, в [2, 9].

$$\frac{u - u_0}{u_\tau} = f(\xi, g) \quad (1)$$

Здесь (исключая, согласно [10], влияние поперечного градиента давления $\partial p / \partial y$) u_0 – скорость на поверхности тела при его «невязком» обтекании с заданным распределением давления p , x – длина дуги образующей тела; $\xi = y/\delta$ – безразмерная координата; δ – толщина слоя; u_τ – скорость в слое; ρ – плотность; $u_\tau = \sqrt{\tau_w/\rho} = u_0 \varepsilon$ – динамическая скорость; τ_w – напряжение трения при $\xi = 0$. Значение параметра g в однопараметрической зависимости $f(\xi, g)$ в общем случае меняется вдоль поверхности и постоянно лишь для равновесных по Клаузеру [9] режимов.

Соотношение (1) описывает область слоя, где влиянием вязкости можно пренебречь при условии, что размером пристеночного «вязкого» слоя также можно пренебречь, т. е. Re_* достаточно велико. Тогда из (1), как показано в [3], следует

$$\delta = -\frac{\delta^*}{\varepsilon} \left(\int_0^1 f d\xi \right)^{-1}, \quad G = \int_0^1 f^2 d\xi \cdot \left(-\int_0^1 f d\xi \right)^{-1} = \frac{H-1}{H\varepsilon}, \quad G - \text{параметр Клаузера} \quad (2)$$

Асимптотическое сращивание известного закона стенки [2] при $y^+ = yu_\tau/\nu \rightarrow \infty$ (ν – кинематическая вязкость) и функции $f(\xi, g)$ при $\xi \rightarrow 0$, проведенное в [3], позволяет определить значение ε

$$\frac{1}{A\varepsilon} = g + \ln \frac{\exp(B/A) Re_*}{-\int_0^1 f d\xi} \quad (3)$$

При этом из условия асимптотического сращивания

$$f(\xi, g)_{\xi \rightarrow 0} = A \ln(\xi - g)$$

Отсюда следует, что функция f должна иметь вид:

$$f = A \ln(\xi - g) + \Lambda(\xi, g), \quad \Lambda(\xi, g) \rightarrow 0 \text{ при } \xi \rightarrow 0 \quad (4)$$

После работы Коулса [2] для функции Λ был предложен ряд других выражений, поскольку функция Коулса не обеспечивает гладкое сопряжение профиля скорости с

внешним потоком. Однако в новых соотношениях было потеряно другое экспериментальное свойство этой функции, а именно, $f(\xi, 0) = A \ln \xi$.

Всеми этими недостатками не обладает предложенная в [3] функция

$$\Lambda = g \left[\xi^2 \left(-\xi^{1/\alpha} \right) + \xi^2 \left(-2\xi \right) \right], \quad \alpha = \text{const.}$$

Далее оценивается точность этой аппроксимации при $\alpha = 1$, и из работ [3, 14]

$$\Lambda = g \xi^2 \left(-2\xi - \xi^{1/8} \right), \quad A = 2.44, \quad B = 5.00. \quad (5)$$

$$\Lambda = \left(-\xi \right) \xi^2 + g \xi^2 \left(-2\xi \right) \quad (6)$$

$$\Lambda = \left(-\xi^3 \right) 3 + g \xi^2 \left(-2\xi \right). \quad (7)$$

Следует отметить, что условием применимости приведенных зависимостей является локальная близость течения к плоскопараллельному: $d\delta^*/dx \ll 1$. Запишем интегральное уравнение сохранения импульса в виде:

$$\frac{d\theta}{dx} = \varepsilon^2 + \frac{H+2}{H} \varepsilon^2 \beta, \quad \beta = -\frac{\delta^*}{\varepsilon^2} \frac{d \ln u_0}{dx} \quad (8)$$

Учитывая (8) и результаты испытаний [11] можно принять критерий плоскопараллельности

$$\varepsilon^2 < 0.01, \quad \beta \varepsilon^2 < 0.01. \quad (9)$$

Если неравенства (9) выполняются, то можно ожидать справедливость принятой двухслойной схемы течения. Тогда при ограниченном значении Re_* и $g \rightarrow \infty$, согласно (3), имеем $A\varepsilon g \rightarrow 1$. При $g \geq 1$ закон дефекта скорости можно записать в виде:

$$\frac{u - u_0}{A\varepsilon g u_0} = \frac{f(\xi, g)}{Ag}. \quad (10)$$

Отсюда и из (3) при ограниченном значении Re_* характерная скорость $A\varepsilon g u_0$ изменяется с возрастанием значения g от Au_τ при $g = 1$ до u_0 при $g \rightarrow \infty$ ($A\varepsilon g = 1$).

Следовательно, двухслойная схема течения описывает и предотрывный режим течения, когда характерная скорость имеет порядок u_0 , а функция f/Ag при $g \rightarrow \infty$ ограничена и не равна нулю.

Естественно, что справедливость применения рассмотренных соотношений ограничивают неравенства (9), а также условие существования логарифмического участка скорости:

$$\varepsilon > 4|K|^{1/3}, \quad K = \frac{\nu}{u_0^2} \frac{du_0}{dx} = -\frac{\beta \varepsilon^2}{Re_*}. \quad (11)$$

Это неравенство получено в [12] и означает, что изменением касательного напряжения поперек пристеночной зоны влияния вязкости можно пренебречь.

И, наконец, следует отметить, что принятый подход справедлив, если однопараметрическая зависимость $f \llcorner, g \rceil$, определяемая соотношениями (4), (5), универсальна для всех значений g . Последнее оспаривается в ряде работ [4–6,13], где утверждается, что при больших градиентах давления (больших g) вплоть до сечения отрыва функция f при малых значениях ξ имеет вид: $f = \sqrt{\xi} + const$, т. е. справедлив «закон 1/2».

Как будет показано ниже, при существовании логарифмического участка профиля к нему примыкает отрезок, соответствующий такой корневой зависимости, если значение g достаточно велико.

Закон следа и «закон 1/2»

Рассмотрим предложенную выше аппроксимацию функции f (4), (5):

$$f = A \ln \xi + g \left[1 + \xi^2 \left(1 - 2\xi - \xi^{1/g} \right) \right]. \quad (12)$$

При $g \geq 1$ введем вместо f функцию φ , используя преобразование (10). Тогда закон дефекта скорости (1) примет вид:

$$\varphi = \frac{u - u_0}{u_s} = \omega \ln \xi - 1 + \xi^2 \left(1 - 2\xi - \xi^\omega \right). \quad (13)$$

Здесь $\omega = 1/g$, $u_s = Au_0 \varepsilon / \omega$ – характерная скорость, изменяющаяся по порядку величины от $u_0 \varepsilon = u_\tau$ при $\omega = O(1)$ до $u_s = O(\omega)$ при $\omega \rightarrow 0$ ($g \rightarrow \infty$). Покажем, что функция φ вблизи точек $\xi = \xi_\omega$ (значения ξ_ω зависят от величины ω) локально аппроксимируется как $\varphi = C_1 \sqrt{\xi} + C_2$, если ω достаточно мало, а константы C_1 , C_2 зависят от ω . Иначе говоря, около точек $\xi = \xi_\omega$ действует «закон 1/2».

Найдем значения $C_1 \llcorner, \omega \rceil$ и $C_2 \llcorner, \omega \rceil$, введя переменную $\zeta = \sqrt{\xi}$. Значение ζ_ω , очевидно, должно соответствовать точке перегиба функции $\varphi \llcorner, \omega \rceil$, где $d^2\varphi/d\zeta^2 = 0$, что, согласно (13), приводит к уравнению:

$$\left(1 + \frac{\omega}{2} \right) \left(1 + \frac{2\omega}{3} \right) \llcorner, \omega \rceil = 4 - 5\xi_\omega - \frac{\omega}{6\xi_\omega^2}. \quad (14)$$

Величина $C_1 \llcorner, \omega \rceil$ при этом определяется как $d\varphi/d\zeta$ при $\zeta_\omega = \sqrt{\xi_\omega}$, а C_2 находится из (13) и соотношения

$$\varphi(\omega, \xi) = C_1 \sqrt{\xi} + C_2.$$

Решения уравнения (14) для ω и C_1 в зависимости от ξ_ω показаны на рис. 1. При $\omega = 1$ кубическое уравнение для ξ_ω дает два положительных значения, а именно $\xi_{\omega 1} = 1/3$, $\xi_{\omega 2} = 0.3769$. Для $\omega \rightarrow 0$ имеем $\xi_{\omega 1} \rightarrow \omega/18$, $\xi_{\omega 2} \rightarrow 3/5$. Максимально возможное значение ω , при котором $d\omega/d\xi_\omega = 0$, определяем, взяв логарифм от (14) и далее производную $d\omega/d\xi_\omega$, что приводит к уравнению, соответствующему максимуму ω :

$$\omega^2 + 2\omega(-2\xi^2 + 15\xi^3) - 30\xi^3 = 0. \quad (15)$$

Решение уравнений (14), (15) дает максимальное значение $\omega = 1.0143$ при $\xi_\omega = 0.3555$. При этом полученные результаты несправедливы, начиная с некоторых достаточно малых ω (больших g), где не выполняется условие (11) и, следовательно, соотношение (3) в законе дефекта скорости применять нельзя. Вне указанной области закон дефекта скорости (13) может оказаться универсальным, и введение в него слагаемого $\sqrt{\xi}$ может лишь ухудшить аппроксимацию.

Это показано на рис.2 на примере равновесного течения, исследованного в экспериментах Клаузера [9], и приведенного в работе [4]. На рис.2 сравниваются экспериментальный профиль скорости Клаузера [9], профиль скорости Шоффилда [4] с использованием «закона 1/2» и зависимость (4)-(5). Видно, что предложенная в данной работе аппроксимация профиля скорости (4)-(5) без привлечения «закона 1/2» дает наилучшее совпадение с экспериментом.

Следует отметить, что и ранее предложенная аппроксимация (6), и последняя из опубликованных другими авторами (7), также дают хорошее совпадение при сравнении с экспериментальными данными на рис.2. Однако они и другие известные модификации закона Коулса в отличие от (5) не дают хорошего совпадения при малых значениях g . Более того, как отмечалось, не описывают автомоделный режим при $g = 0$, когда профиль скорости логарифмический $f/A = \ln \xi$, что соответствует экспериментам [14] и теоретическим выводам. Это проиллюстрировано на рис.3.

«Гладкий» отрыв

Далее рассмотрим отдельно течение в сечении «гладкого» отрыва, когда неравенства (9) выполняются, но, согласно (11), логарифмический участок отсутствует,

так как $\varepsilon = 0$, $K \neq 0$.

В сечении отрыва (где $\varepsilon = 0$, $\tau_w = 0$) вблизи поверхности тела, как и ранее, должно быть существенным влияние вязкости. Однако поскольку логарифмический участок скорости исчезает, то параметрами, определяющими течение в этой области, будут уже не ρ , ν , $u_\tau = \varepsilon u_0$, а значения dp/dx , ρ , ν . Следовательно, в сечении такого отрыва характерной скоростью и линейным размером во внутренней зоне течения будут:

$$u_{\tau_0} = \left(\frac{\nu}{\rho} \frac{dp}{dx} \right)^{1/3} = u_0 |K|^{1/3}, \quad l_{\tau_0} = \left(\frac{1}{\rho \nu^2} \frac{dp}{dx} \right)^{-1/3} = \delta^* |K|^{-1/3} \cdot \text{Re}_*^{-1}. \quad (16)$$

В области сращивания с внешней «невязкой» областью, где $l_{\tau_0} < O(\delta^*) \lesssim \delta$, $\delta = O(\delta^*)$, характерный размер должен быть несущественным. Однако ранее при выполнении условия (11) характерная скорость $u_\tau = u_0 \varepsilon$ была одинаковой для «вязкой» и внешней «невязкой» зон течения, что приводило к существованию логарифмической зоны сращивания решений. Теперь же в зоне сращивания, как и ранее, нет характерного линейного размера, а влияние вязкости исчезает. Поэтому, согласно теории размерностей, для обезразмеривания длины необходимо использовать только переменную y , а для обезразмеривания скорости $\left(y \frac{dp}{dx} \frac{1}{\rho} \right)^{1/2}$.

Тогда для du/du в зоне сращивания получим, обозначив безразмерную постоянную $a/2$:

$$\frac{du}{dy} = \frac{a}{2} \sqrt{\frac{dp}{dx} \frac{1}{\rho y}}.$$

Это соотношение должно быть справедливо как во внутренних, так и во внешних переменных. Поэтому, переходя к внутренним переменным $u/u_{\tau_0} = u^{+0}$, $y/l_{\tau_0} = y^{+0}$ и интегрируя, будем иметь

$$u^{+0} = a \sqrt{y^{+0}} + b. \quad (17)$$

Здесь для случая гладкой стенки b – некоторая безразмерная постоянная.

Зависимость (17) аналогична логарифмическому участку профиля, существующему при выполнении неравенства (11), а постоянные a и b – соответственно, постоянным A и B . При этом (17) полностью совпадает с формулой, полученной в [13], где $y^x = y^{+0}$, $C^x = b$, $a = 2/k_\infty$. Подставляя в (17) значения u_{τ_0} и l_{τ_0} ,

имеем:

$$\frac{u}{u_0} = a \beta \varepsilon^2 \sqrt{\frac{y}{\delta^*}} + b |K|^{1/3}. \quad (18)$$

В предельном случае, когда $Re_* = \infty$, значение $\beta \varepsilon^2 = 0$ и в зоне сращивания решений $u/u_0 = 0$, т. е. так же, как это следует из закона следа при $\xi = 0$. Иначе говоря, «закон 1/2» в этом случае пропадает.

Естественно, что при выполнении условия «гладкого» отрыва $\beta \varepsilon^2 < 0.01$ отношение u/u_0 должно быть здесь малой величиной. Результаты измерений [11] (Рис. 4) подтверждают этот вывод (параметр $\beta \varepsilon^2$ здесь близок к 0.01).

Значения постоянных a и b , как и A и B в случае логарифмической зоны сращивания, могут быть определены лишь из результатов эксперимента на режиме «гладкого» отрыва. Когда в сечении отрыва неравенство (9) не выполняется, экспериментальные данные для рассматриваемого режима уже непригодны. Однако такие данные использованы в [13] и дали $a = 2/k_x \approx 3.33$, ($k_x \approx 0.6$), $b = 0$.

Рассмотрим экспериментальные результаты, приведенные в [8] (вариант, обозначенный MRL), где при $c_f = 0$ получено: $\beta \varepsilon^2 = 0.0067$, $Re_* = 48895$, $K = 1.37 \cdot 10^{-7}$, $H = 3.85$. Здесь условия (9) выполняются, а значение H близко к рекомендованной в [7] экспериментальной величине $H = 3.8 \pm 0.1$.

Тогда из (18), если принять согласно [13] указанные выше значения a и b , найдем, что в зоне сращивания

$$\frac{u}{u_0} = 0.37 \sqrt{\frac{y}{\delta}}. \quad (19)$$

Проверить справедливость этого соотношения можно было бы, зная профиль скорости в сечении «гладкого» отрыва. Однако в [8] этот экспериментальный профиль скорости не приведен. Такой профиль содержится в работе [11] и соответствует сечению $x = 132.2$ дюйма (рис. 4). Из результатов [11] следует, что в зоне сращивания решений ($y/\delta = 0.001 \div 0.1$) значение $u/u_0 \approx \text{const}$, т. е. параметр a достаточно мал, и можно положить $a \beta \varepsilon^2 = 0$. Иначе говоря, «закон 1/2» практически не реализуется. В предотрывном сечении $x = 124.3$ дюйма скорость аппроксимируется уже соотношением типа (19), что согласуется с результатом, полученным в предыдущем разделе работы, когда $\omega \ll 1$, но логарифмический участок скорости существует.

Значения постоянных a и b для сечения «гладкого» отрыва можно было бы получить из данных, приведенных на Рис.4 для $x=132.2$ дюйма. Но, к сожалению, эти экспериментальные данные имеют значительный разброс, а конкретные значения необходимых параметров в [11] не приведены.

Учитывая, что здесь в области срачивания $u/u_0 \approx \text{const}$, положим приближенно $a \beta \varepsilon^2 \approx 0$ и используем другую методику для определения постоянной b .

Примем, что модифицированный закон следа в сечении отрыва применим и тогда, когда исчезает логарифмический участок профиля скорости. Однако соотношение (3), дающее при $\omega = 1/g = 0$ значение $u_s/u_0 = 1$, использовать уже нельзя. Тогда из (13) и (2) для некоторого значения u_s/u_0 будем иметь:

$$\frac{\delta^*}{\delta} = \frac{1}{2} \frac{u_s}{u_0}, \quad \frac{1}{H} = 1 - 0.7428 \frac{u_s}{u_0}, \quad \frac{u}{u_0} = \frac{u_s}{u_0} \left[1 - 2 \xi \right] + 1 - \frac{u_s}{u_0}. \quad (20)$$

Отсюда в зоне срачивания (при $a \beta \varepsilon^2 \approx 0$) из (18) для $\xi \rightarrow 0$ получим:

$$\frac{u}{u_0} = b |K|^{1/3} = 1 - \frac{u_s}{u_0}, \quad \frac{u_s}{u_0} = 1 - b |K|^{1/3}, \quad \frac{1}{H} = 0.2572 + 0.7428 b |K|^{1/3}, \quad |K| = \frac{\beta \varepsilon^2}{\text{Re}_*}. \quad (21)$$

Значение постоянной b найдем из результатов испытаний [8]. Тогда ($K = 1.37 \cdot 10^{-7}$) получим:

$$b = 0.66, \quad \frac{u_s}{u_0} = 0.9966, \quad \frac{u}{u_0} = 0.9966 \xi^2 \left[1 - 2 \xi \right] + 0.0034. \quad (22)$$

При $K = 0$ («абсолютно гладкий» отрыв) формпараметр $H = 3.89$.

Полученный в сечении отрыва профиль (22) показан на рис. 4, так же, как и рекомендованный в [13] профиль (19). Следует отметить, что значение $b = 0.66$ требует уточнения, поскольку использованные величины $H = 3.85$ и 3.89 имеют определенную погрешность так же, как и условие $a \beta \varepsilon^2 \approx 0$. Отметим также, что предотрывные режимы $\varepsilon < 4|K|^{1/3}$, $\varepsilon \neq 0$ требуют специального рассмотрения. В [13] для этого режима предлагается использовать так называемый «method of wall functions». Однако нам представляется, что такая методика недостаточно обоснована, поскольку в [13] $K = \infty$ в точке отрыва, тогда как согласно (11), учитывая, что $\beta \varepsilon^2 \ll 1$, значение K должно быть малой величиной везде, в том числе и в этой точке.

Выводы

1. Предложена новая модификация функции следа Коулса [1], которая уточняет

имеющиеся в настоящее время варианты этого закона. Следует отметить, что все известные модификации закона следа Коулса, в том числе и последние были направлены на устранение одного недостатка этого закона – негладкого сопряжения профиля скорости с внешним потоком. Однако при этом они приобрели новый существенный недостаток, а именно, не описывали логарифмический профиль, существующий согласно экспериментальным данным при автомодельном режиме течения. Предложенная аппроксимация не обладает этими недостатками. Основным допущением, принятым при выводе этого закона, является однопараметрический характер профиля дефекта скорости.

2. Закон следа уже содержит в себе неявно «закон $1/2$ ». Однако, при приближении к отрыву и в сечении «гладкого» отрыва этот закон практически исчезает.

3. Максимальное значение формпараметра H , близкое к 3.89 в сечении отрыва слоя, достигается на режиме «гладкого» отрыва. В других случаях, как отмечено в [15], невозможно дать точное значение H , соответствующее отрыву, предполагается, что отрыв наступает при $H = 1.8, \dots, 2.4$.

4. Закон следа справедлив лишь при выполнении критерия локальной плоскопараллельности (9), который должен выполняться и для экспериментальных данных, используемых для сравнения с теорией.

Литература

1. Сычев В.В., Сычев Вик.В. О структуре турбулентного пограничного слоя // ПММ. 1987. Т. 51, вып. 4, с. 593–599.

2. Coles D. The law of the wake in turbulent boundary layer // J. Fluid Mech. 1956. V.1, Pt 2, p. 191–226.

3. Михайлов В.В., Самойлова Н.В. Автомодельное и предельное решения уравнений турбулентного пограничного слоя. Условия реализации парадокса Даламбера // Ученые записки ЦАГИ. 2015. Т. XLVI, № 3, с

4. Schofield W.H. Equilibrium Boundary Layers in Moderate to Adverse Pressure Gradients // J. Fluid Mech. 1981. V. 113, p. 91–122.

5. Лашков Ю.А., Михайлов В.В., Самойлова Н.В., Успенский А.А. О применимости универсального закона дефекта скорости к неравновесным течениям в турбулентном пограничном слое // ИФЖ. 2008. Т.81, № 5, с. 834–843.

6. Vigdorovich I. Self-similar turbulent boundary layer in pressure gradient. Four flow regimes // 13-th European Turbulence Conference.— Warsaw. 2011.
7. Sandborn V. A. Reynolds-Number Correlations for Separation of Turbulent Boundary Layers. // AJAA J. 2003. V. 41, № 4, p. 744–747.
8. Maciel V., Rossignol R.-S., Lemay J. Self-Similarity in the Outer Region of Adverse-Pressure-Gradient Turbulent Boundary Layers // AJAA J. 2006. V. 44, №11, p. 2450–2474.
9. Clauser F. H. 1954 Turbulent boundary layers in adverse pressure gradient // *J. Aeronaut. Sci.* V. 21, p. 91–108.
10. Михайлов В. В. Применение асимптотических методов к расчету турбулентного пограничного слоя // ИФЖ. 2004. Т. 77, № 5, с. 114-121.
11. Simpson R. L., Strikland J. H., Barr P. W. Features of a Separating Turbulent Boundary Layer in the Vicinity of Separation // *J. Fluid. Mech.* 1977. V.79, p. 553–594.
12. Михайлов В. В., Самойлова Н. В. О расчете коэффициента трения турбулентного пограничного слоя. Критерий реламинаризации слоя // Ученые записки ЦАГИ. 2013. Т. XLIV, № 6, с. 58–68.
13. Gersten K. 1998 Turbulent boundary layers I. Fundamentals. In *Recent Advances in Boundary Layer Theory* (ed. A. Kluwick), CISM courses and lectures. V. 390, p. 107–120. Springer – Vein New York.
14. Jones M. B., Marusic I., Perry A.E. Evaluation and structure of sink flow turbulent boundary layers // *J. Fluid Mech.* 2001. V. 428, p.1–27.
15. Турбулентность Под ред. П. Бредшоу. – М: Машиностроение, 1980, 343 с.

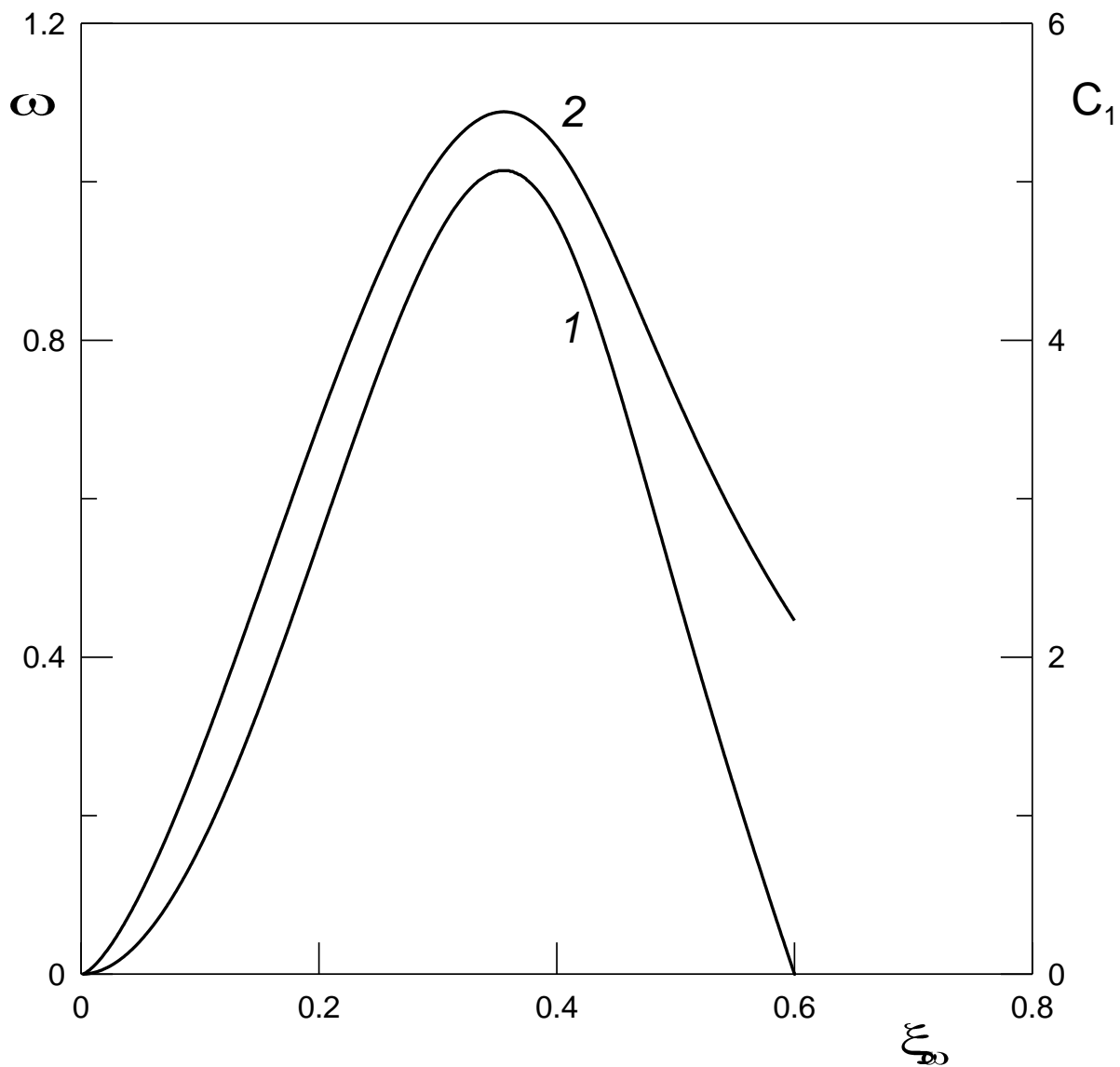


Рис. 1

Рис. 1. Значения параметров ω , C_1 и координаты ξ_ω , где локально справедлив «закон 1/2»: 1 – ω ; 2 – C_1

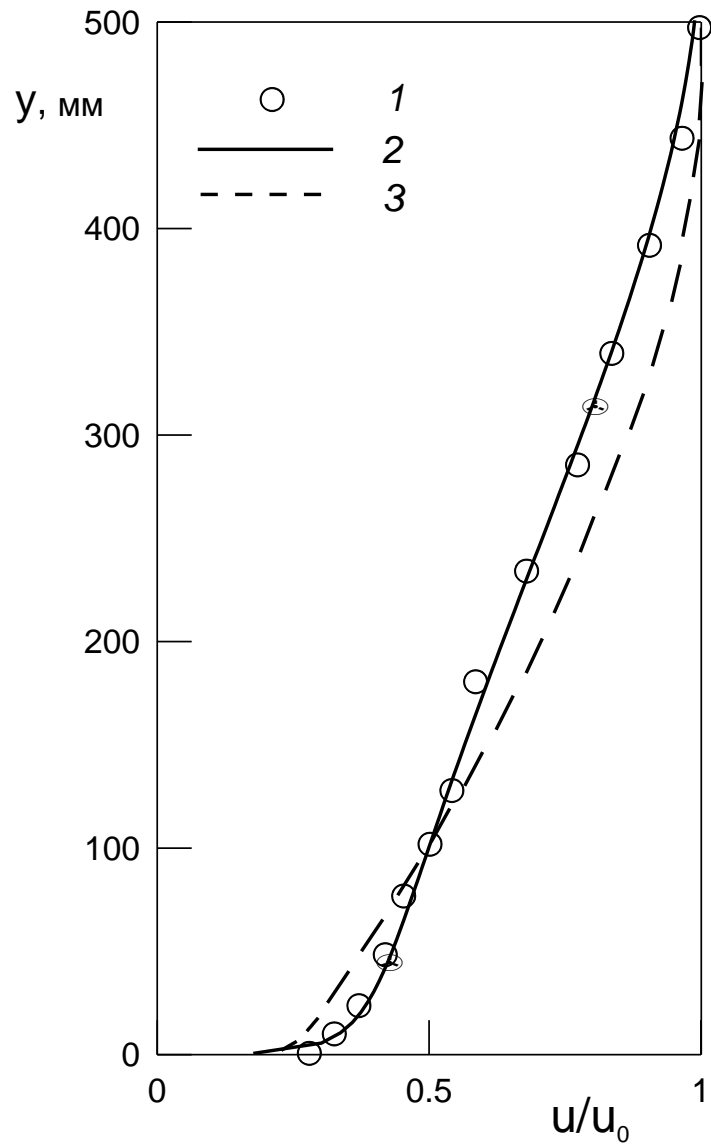


Рис. 2

Рис. 2. Сравнение результатов расчета с экспериментом Клаузера:

1 – эксперимент (вариант 2); 2 – уточненный закон следа; 3 – аппроксимация Шофилда [4]; × – точки, в которых локально выполняется «закон 1/2»

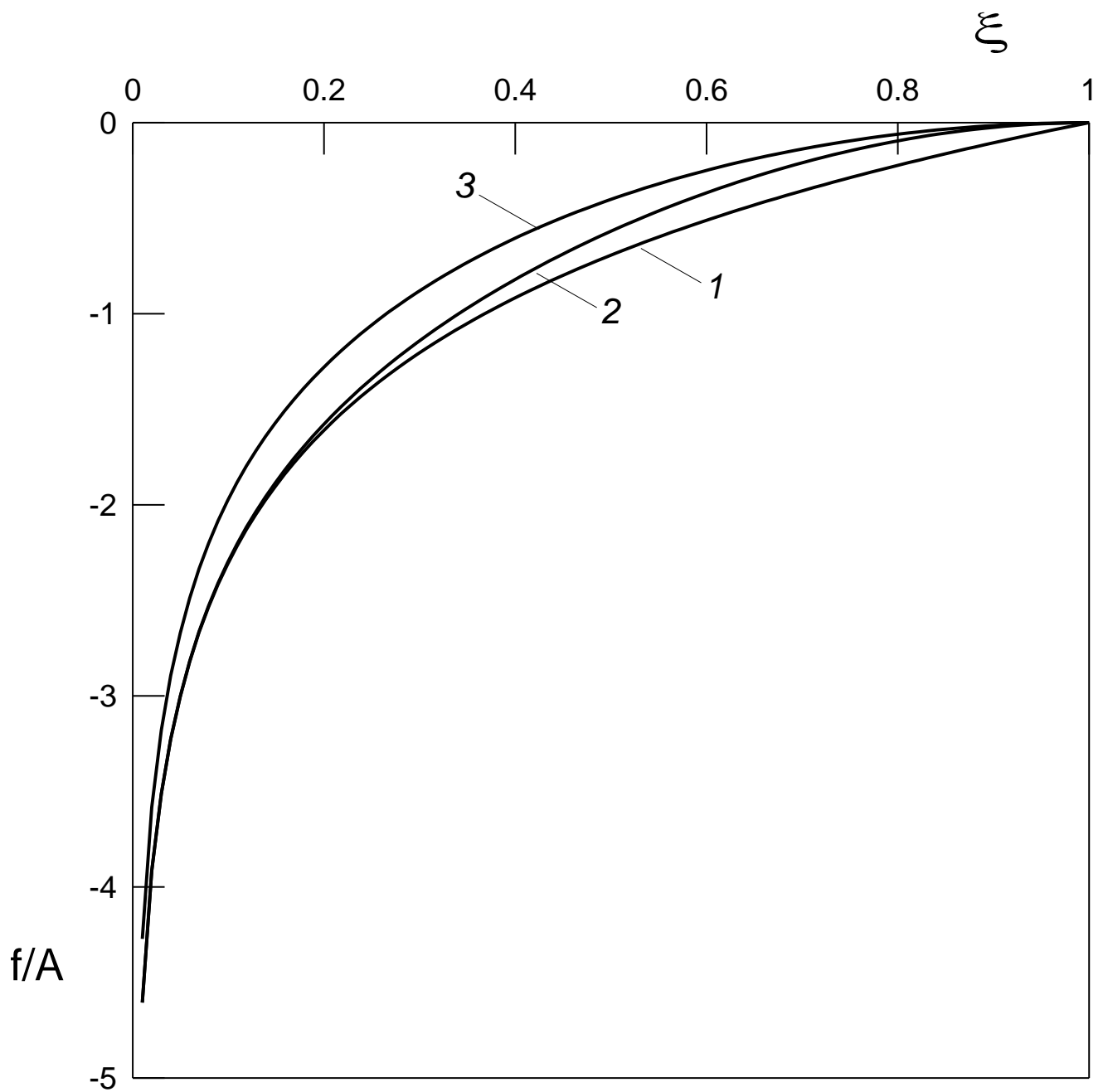


Рис. 3

Рис. 3. Профили дефекта скорости при автомодельном режиме ($g=0$):

1 – аппроксимация (5), $G/A = 2$; 2 – (6), $G/A = 2.086$; 3 – (7), $G/A = 1.929$

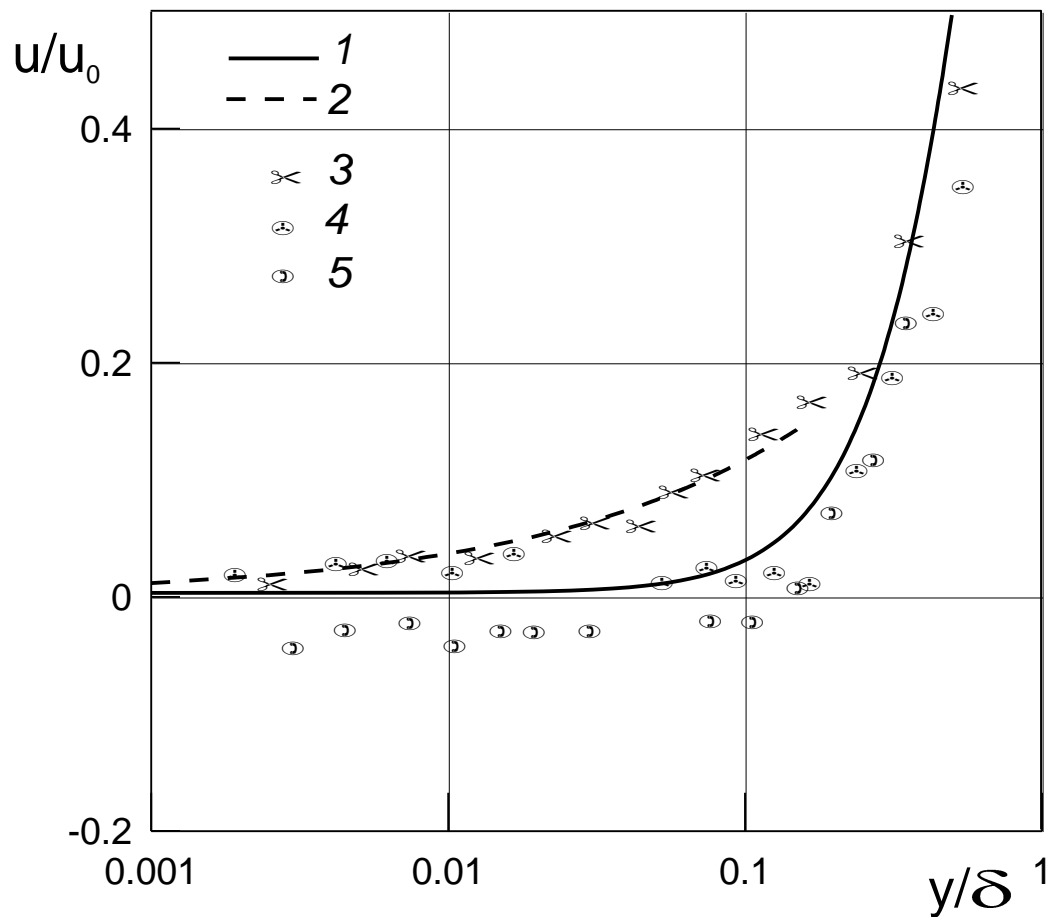


Рис. 4

Рис. 4. Профили скорости на режиме отрыва:

1 – (22); 2 – (19) (Gersten К. [13])

Экспериментальные данные [11]:

3 – сечение перед отрывом $x=124.3$ дюйма; 4 – сечение отрыва $x=132.2$ дюйма; 5 – сечение после отрыва (возвратное течение)