

## Трудоёмкость вычисления радиуса устойчивости в задаче поиска минимального разреза в графе

И.В. Козлов<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Московский физико-технический институт (государственный университет)

Задача комбинаторной оптимизации называется устойчивой, если ее решение сохраняется при возмущении входных параметров, не превышающих некоторого порогового значения – радиуса устойчивости. Рассматривается вычисление радиуса устойчивости для задачи поиска минимального разреза в графе. Задан граф  $G(V, E): |V| = n, |E| = m$ , весовая функция  $w: E \rightarrow \mathbb{R}^+$ . Требуется найти множество ребер с минимальным суммарным весом (с минимальной пропускной способностью в случае ориентированного графа), при удалении которых граф распадается на 2 компоненты связности.

Под радиусом устойчивости понимается определение из работы Билу и Линиала [1]. Пусть  $w: E \rightarrow \mathbb{R}^+$  – вход задачи и  $\gamma \geq 1$ . Вход  $w'$  называется  $\gamma$ -возмущением  $w$ , если  $\forall u, v \in V, w(u, v) \leq w'(u, v) \leq \gamma w(u, v)$ . Вход  $w$  называется  $\gamma$ -устойчивым, если существует разрез, остающийся минимальным при всех  $\gamma$ -возмущениях  $w'$  входа  $w$ . Радиусом устойчивости задачи MINCUT называется максимальное  $\gamma \geq 1$ , при котором вход задачи является  $\gamma$ -устойчивым.

Сформулируем задачу о вычислении радиуса устойчивости в виде проблемы распознавания (задача РАДИУС).

*Вход:* граф  $G$ , функция  $w$ , фиксированное число  $R > 0$ .

*Выход:* ответ на вопрос, существует ли минимальный разрез  $C$  и разрез  $C'$ , отличный от  $C$ , такие что  $C'$  становится минимальным при некотором  $\gamma$ -возмущении, где  $\gamma < R$ .

В работе [2] был предложен полиномиальный алгоритм решения задачи РАДИУС в случае неориентированного графа. В данной работе показано, что в случае ориентированного графа РАДИУС является NP-полной задачей.

Доказательство по сути всей похоже на доказательство NP-полноты задачи о нахождении радиуса устойчивости в задаче поиска кратчайшего пути между заданной парой вершин, приведенном в работе [3]. В настоящей работе построено сведение

известной задачи о гамильтоновом цикле к некоторому частному случаю рассматриваемой задачи РАДИУС.

Задача поиска кратчайшего пути между заданной парой вершин, как и задача поиска максимального потока в сети, являются частными случаями задачи о поиске максимального потока минимальной стоимости.

#### Литература

1. *Bilu Y., Linial N.* Are stable instances easy? // *Innov. in Comp. Sci.* – 2010 – P. 332-341.
2. *Козлов И.В.* Устойчивость в задаче поиска минимального разреза в графе. // *Моделирование и анализ информационных систем.* – 2014. Т. 21, № 4. С. 54–63.
3. *Гордеев Э.Н.* Устойчивость решения в задаче о кратчайшем пути на графе // *Дискрет. матем.* – 1989, Т. 1, № 3, С. 39–46.